Modelování rent v povinném ručení

Martin Branda

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta
Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Projekt v rámci grantu
Fondu pro podporu vzdělávání v pojišťovnictví
2011

Obsah

Contents

- Bc. Daniel Krýcha - Ekonomické scénáře v pojišťovnictví
  - Parametrizace CIR procesu (pro bezrizikovou úrokovou míru)
- Bc. Agáta Eštóková - Modelování rent z pojištění odpovědnosti
  - Rezervy na renty v závislosti na stochastické bezrizikové úrokové míře

Contents

Rychlost návratu ke střední hodnotě

Proces (deterministický) návratu ke střední hodnotě

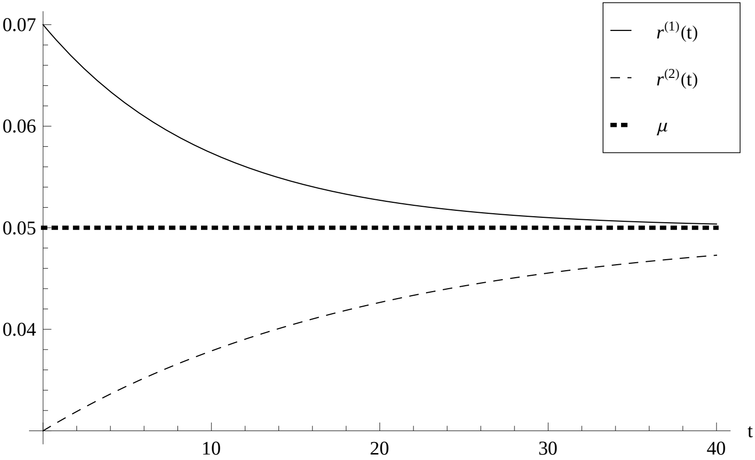
$$dr(t) = \alpha(\mu - r(t))\,dt,\ \ r(0) = r_0. \tag{1}$$

Explicitní řešení této rovnice je možné pomocí metody separace proměnných a variace konstant

$$r(t) = \mu + (r_0 - \mu)e^{-\alpha t}. \tag{2}$$

Příklad vývoje dvou úrokových sazeb

$$r_0^{(1)} = 7\%,\ r_0^{(2)} = 3\%,\ \mu^{(1)} = \mu^{(2)} = 5\%,\ \alpha^{(1)} = 0.1,\ \alpha^{(2)} = 0.05$$



Wienerův proces

Standardního Wienerův proces $W(t)$ $(t \geq 0)$ je charakterizovaný těmito vlastnostmi:

1. $W(0) = 0$.
2. $W(t)$ je skoro jistě spojitou funkcí t.
3. $W(t)$ má nezávislé, stacionární přírůstky.
4. $W(t) - W(s) \sim N(0, t - s)$, kdykoli $s < t$.

Volatilita

Parametr volatility σ, $\sigma > 0$. Vezměmě nyní driftovou složku modelu konstantní a uvažme model tvaru

$$\mathrm{d}r(t) = \mu + \sigma\,\mathrm{d}W(t). \tag{3}$$

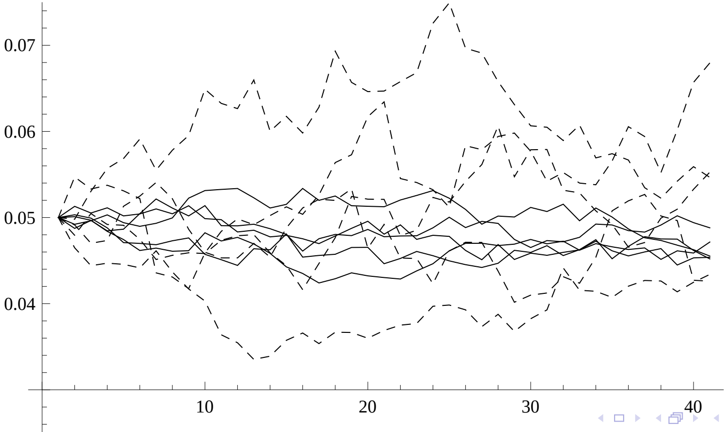
Diskretizujeme diferenciální rovnici (3) s krokem $\Delta > 0$ (vždy v této práci myslíme Eulerovu standardní diskretizaci [3])

$$r_t = r_{t-1} + \sigma\sqrt{\Delta}\epsilon_t,\ \ r_0 = \mu \text{ (sj.)}, \tag{4}$$

kde $\epsilon_t \sim N[0, \Delta]$ jsou nezávislé náhodné veličiny.

Simulace z modelu s nižší volatilitou (plnou čarou) a z modelu s vyšší volatilitou (přerušovaně)

$\mu^{(1)} = \mu^{(2)} = 5\%$, $\sigma^{(1)} = 0.001$, $\sigma^{(2)} = 0.0025$ a $\Delta = 1$



Obecný model

Vychází z obecně definované driftové a volatilní složky:

$$\mathrm{d}r(t) = \mu(r(t), t)\,\mathrm{d}t + \sigma(r(t), t)\,\mathrm{d}W(t). \tag{5}$$

Vašíčkův model

Model je popsán touto diferenciální rovnicí

$$\mathrm{d}r(t) = \alpha(\mu - r(t))\,\mathrm{d}t + \sigma\,\mathrm{d}W(t),\ \ r(0) = r_0.$$

Po diskretizaci dostáváme

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\mu - r_{t-1})\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}\epsilon_t. \tag{6}$$

Vašíčkův model

[3]: Hodnota $r(t)$ má normální rozdělení podmíněné znalostí situace r_0.
Podmíněná střední hodnota

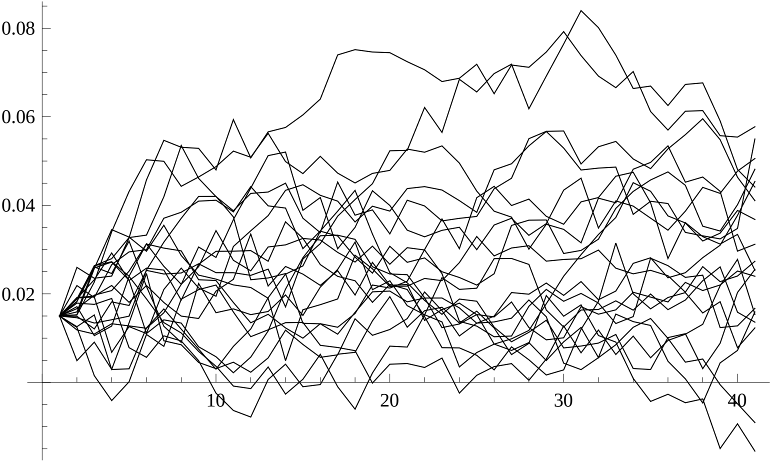
$$\mu + (r_0 - \mu)e^{-\alpha t} \tag{7}$$

a **podmíněný rozptyl**

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha t}). \tag{8}$$

Simulace z Vašíčkova modelu

$\Delta = 1$, $\mu = 3\%$, $\alpha = 0.05$, $\sigma = 0.005$ a $r_0 = 1.5\%$



Cox-Ingersoll-Ross (CIR) model

[5]: CIR model (za předpokladu kladnosti strukturálních parametrů)

$$\mathrm{d}r(t) = \alpha(\mu - r(t))\,\mathrm{d}t + \sigma\sqrt{r(t)}\,\mathrm{d}W(t),\ \ r(0) = r_0.$$

Při splnění podmínky $\alpha\mu > \sigma^2$ je zaručeno, že modelovaná úroková míra zůstane kladná. Diskretizace

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\mu - r_{t-1})\Delta + \sigma\sqrt{\Delta r_{t-1}}\epsilon_t, \tag{9}$$

CIR model

Výhodné vlastnosti CIR modelu:

- **podmíněná heteroskedasticita** (v kontrastu s Vašíčkovým modelem), tedy nekonstantní (podmíněný) rozptyl a
- **časově proměnná tržní cena rizika**, tedy závislost Sharpeova poměru, který měří rizikovou prémii na jednotku rizika, na čase.

Podmíněná střední hodnota je rovna

$$\mathbb{E}[r(t)|r_0] = \mu + (r_0 - \mu)e^{-\alpha t}, \tag{10}$$

podmíněný rozptyl lze vyjádřit jako

$$var[r(t)|r_0] = r_0 \frac{\sigma^2}{\alpha}(e^{-\alpha t} - e^{-2\alpha t}) + \mu \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-\alpha t})^2. \tag{11}$$

CIR model

Pro jednoduchou parametrizaci se občas (nesprávně) využívají

$$\begin{aligned} \lim_{t\to\infty} \mathbb{E}[r(t)|r_0] &= \mu, \\ \lim_{t\to\infty} var[r(t)|r_0] &= \frac{\mu\sigma^2}{2\alpha}. \end{aligned}$$

CIR model

Rozdělení $r(t)$: vezměme $\Delta t > 0$ a uvažme podmíněnou hustotu rozdělení $r(t+\Delta t)$ za podmínky znalosti $r(t)$ a parametrů:

$$p\big(r(t+\Delta t)|r(t),(\alpha,\mu,\sigma),\Delta t\big) = ce^{-u-v}\left(\frac{v}{u}\right)^{q/2} I_q(2\sqrt{uv}), \qquad (12)$$

kde

$$\begin{aligned}
c &= \frac{2\alpha}{\sigma^2(1-e^{-\alpha\Delta t})},\\
u &= cr(t)e^{-\alpha\Delta t},\\
v &= cr(t+\Delta t),\\
q &= \frac{2\alpha\mu}{\sigma^2} - 1,\\
I_q(\cdot) &= \left(\frac{\cdot}{2}\right)^q \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!\Gamma(q+k+1)} \left(\frac{\cdot}{2}\right)^{2k},
\end{aligned}$$

kde poslední vztah definuje modifikovanou Besselovu funkci prvního druhu a řádu q.

CIR model

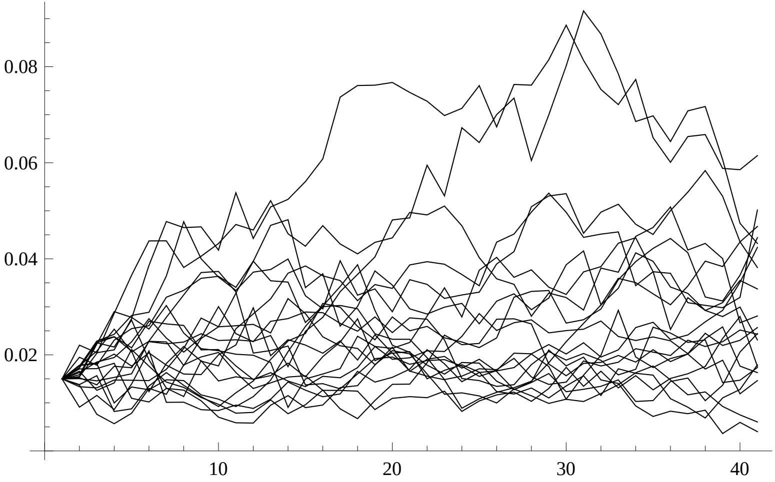
Přejdeme-li k **transformaci** $s(t) = 2cr(t)$, a označíme její podmíněnou hustotu g, lze psát

$$
\begin{aligned}
g\left(s(t+\Delta t)|s(t),(\alpha,\mu,\sigma),\Delta t\right) &= \frac{1}{2c} p\left(r(t+\Delta t)|r(t),\theta,\Delta t\right) \\
&= \chi^2(s(t+\Delta t), 2q+2, 2u),
\end{aligned}
$$

neboli $s(t)$ má necentrální χ^2 rozdělení s $2q+2$ stupni volnosti a decentralizujícím parametrem $2u$.

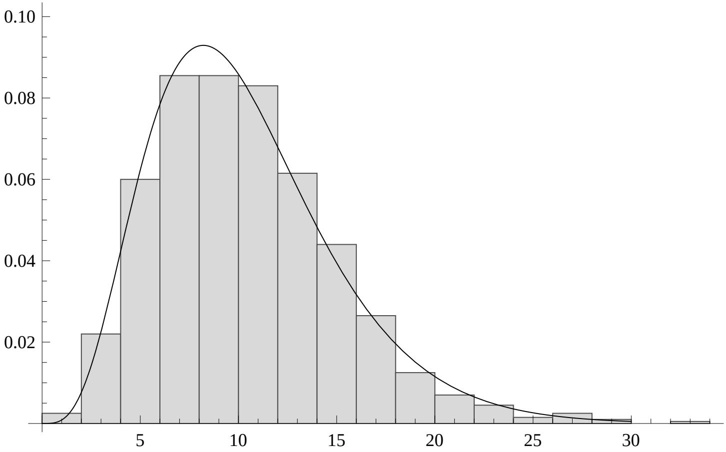
Simulace z CIR modelu

$\Delta = 1$, $\mu = 3\%$, $\alpha = 0.05$, $\sigma = 0.025$ a $r_0 = 1.5\%$



Histogram transformovaných konečných hodnot

1000 simulací z CIR modelu proložené hustotou necentrovaného χ^2 rozdělení



Chan-Karolyi-Longstaff-Sanders (CKLS) model

Model v sobě zahrnuje Vašíčkův ($\gamma = 0$) a CIR model ($\gamma = \frac{1}{2}$):

$$dr(t) = \alpha(\mu - r(t))\,dt + \sigma r^{\gamma}(t)\,dW(t), \;\; r(0) = r_0.$$

Diskretizace:

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\mu - r_{t-1})\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}r_{t-1}^{\gamma}\epsilon_t. \tag{13}$$

Kalibrace modelů

Aplikujeme následující metody:

- **Metoda nejmenších čtverců** (OLS, Ordinary Least Squares)
- **Metoda maximální věrohodnosti** (MLE, Maximum Likelihood Estimation), [4]
- **Obecná momentová metoda** (GMM, Generalized Method of Moments), [4, 3]

Značení

Uvažujeme **historická pozorování** úrokových měr r_{t_i}, $i = 0, \ldots, N$ ($N \in \mathbb{N}$).

Pro jednoduchost budeme brát $t_i = i\Delta t$, $i = 0, \ldots, N$ (speciálně tedy $t_0 = 0$), neboli $r_{t_i} = r_{i\Delta t} = r_{t_{i-1}+\Delta t}$ jsou **ekvidistantní pozorování**.

Metoda nejmenších čtverců

Vezměme diskretizaci CIR modelu (9) v souladu s naším značením:

$$r_{t_i} = r_{t_{i-1}} + \alpha(\mu - r_{t_{i-1}})\Delta t_i + \sigma\sqrt{\Delta t_i r_{t_{i-1}}}\epsilon_{t_i}, \ \Delta t_i = t_i - t_{i-1}, \ i = 1, \ldots, N,$$

a upravme ji do praktičtějšího tvaru:

$$\frac{r_{t_i} - r_{t_{i-1}}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} = \frac{\alpha\mu\Delta t}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} - \alpha\sqrt{r_{t_{i-1}}}\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_{t_i}.$$

Metoda nejmenších čtverců

Odtud jsme již schopni nalézt odhady parametrů driftové složky, využijeme-li symetrického rozdělení ϵ_{t_i} a **minimalizujeme součet čtvercových chyb**:

$$(\hat{\alpha}, \hat{\mu}) = \operatorname*{argmin}_{\alpha,\mu} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{r_{t_i} - r_{t_{i-1}}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} - \frac{\alpha \Delta t \mu}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} + \alpha \sqrt{r_{t_{i-1}}} \Delta t \right)^2 . \qquad (14)$$

Tato úloha už je snadno řešitelná (lze ji dovést až do explicitních vzorců, ty ale nebudeme potřebovat [4]). Odhad parametru volatility pak získáme následovně:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N} \left(\frac{r_{t_i} - r_{t_{i-1}}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} - \frac{\hat{\alpha} \Delta t \hat{\mu}}{\sqrt{r_{t_{i-1}}}} + \hat{\alpha} \sqrt{r_{t_{i-1}}} \Delta t \right)^2}{N}} . \qquad (15)$$

Metoda maximální věrohodnosti

Logaritmická věrohodnostní funkce je (pro $\theta = (\alpha, \mu, \sigma)$)

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \ln p\left(r_{t_i} | r_{t_{i-1}}, \theta, \Delta t\right),$$

odkud po dosazení z (12) dostáváme

$$l(\theta) = N \ln(c) + \sum_{i=1}^{N} \left(-u_{t_i} - v_{t_i} + \frac{1}{2} q \ln \left(\frac{v_{t_i}}{u_{t_i}} \right) + \ln I_q(2\sqrt{u_{t_i} v_{t_i}}) \right),$$

kde

$$u_{t_i} = c r_{t_{i-1}} e^{-\alpha \Delta t},$$
$$v_{t_i} = c r_{t_i}.$$

Metoda maximální věrohodnosti

Odhad pak získáme **maximalizací logaritmické věrohodnostní funkce**, tedy

$$\hat{\theta} = (\hat{\alpha}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}}\ l(\theta). \tag{16}$$

Při maximalizaci uvažujeme (je-li to možné a nekomplikuje-li to výpočet) omezení na kladnost (nezápornost) parametrů.

Obecná momentová metoda

- Vychází ze **znalosti teoretických momentů** z rozdělení modelované úrokové míry [3, 4]. Ty pak porovnáme s výběrovými momenty z pozorovaných dat a vybíráme parametry tak, abychom dostali v jistém smyslu nejlepší shodu.
- Hodí se zejména v případě, že neznáme přesnou hustotu rozdělení (např. u CKLS modelu), nebo je-li MLE výpočetně příliš náročná.
- Mezi její nevýhody při aplikaci na CIR patří to, že ignoruje známou hustotu (nevyužíváme tedy plnou informaci).
- Také bývá obtížné určit momenty, které do porovnání zahrnout.

Obecná momentová metoda

Nechť $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ je sadu parametrů. Musíme najít funkce $f_j(r(t)|\theta)$, $j = 1, \dots, m$, $m \geq k$, takové že

$$\mathbb{E}[f_j(r(t)|\theta)] = 0.$$

Přejděme nyní k vektorovému zápisu:

$$f(r(t)|\theta) = \big(f_1(r(t)|\theta), \dots, f_m(r(t)|\theta)\big),$$

$$g(\theta) = (g_1(\theta), \dots, g_m(\theta)) = \frac{1}{N+1} \sum_{t=t_0}^{t_N} f(r(t)|\theta).$$

Odhad parametrů získáme

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}}\ g(\theta) W(\theta) g^T(\theta).$$

kde $W(\theta)$ je pozitivně-definitní váhová matice (je možné volit identickou). Často $m = k$, pak jsme většinou schopni odhadnout parametry tak, aby $J(\hat{\theta}) = 0$.

Obecná momentová metoda

Uvažme diskretizovaný model CKLS a volme $\Delta = 1$. Označme dále

$$\tilde{\epsilon}_t = \sigma' r_{t-1}^{\gamma'} \epsilon_t = r_t - r_{t-1} - \alpha' - \beta' r_{t-1}.$$

Vzhledem k rozdělení $\epsilon_t \sim N(0,1)$ je zřejmé, že

$$\mathbb{E}[\tilde{\epsilon}_t] = \sigma' r_{t-1}^{\gamma'} \mathbb{E}[\epsilon_t] = 0$$
$$\mathbb{E}[\tilde{\epsilon}_t^2] = \sigma'^2 r_{t-1}^{2\gamma'} \mathbb{E}[\epsilon_t] = \sigma'^2 r_{t-1}^{2\gamma'}.$$

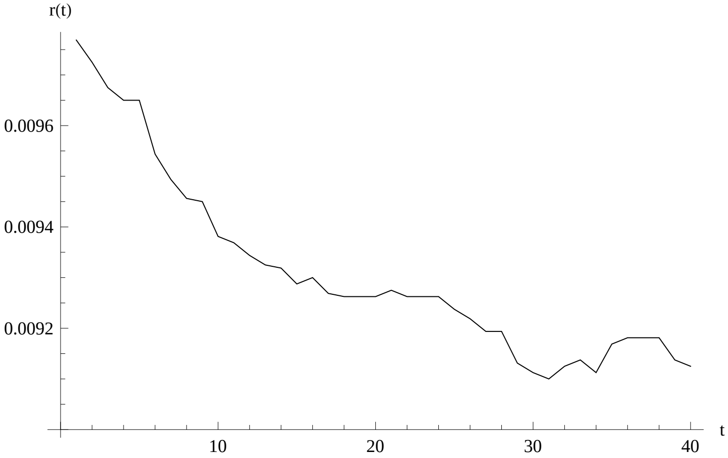
Uvědomíme-li si navíc, že $\tilde{\epsilon}_t$ je nekorelovaný jak s $\tilde{\epsilon}_{t-1}$, tak s r_{t-1}, docházíme k následující volbě vektoru $f(r(t)|\theta)$:

$$f(r(t)|\theta) = \begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}_t \\ \tilde{\epsilon}_t r_{t-1} \\ \tilde{\epsilon}_t^2 - \sigma'^2 r_{t-1}^{2\gamma'} \\ (\tilde{\epsilon}_t^2 - \sigma'^2 r_{t-1}^{2\gamma'}) r_{t-1} \end{pmatrix}$$

Pak platí $\mathbb{E}[f(r(t)|\theta)] = 0$.

LIBOR na Euro

6-měsíční LIBOR na Euro v denní kótaci (2010, prvních 40 kótací)



LIBOR - porovnání odhadů

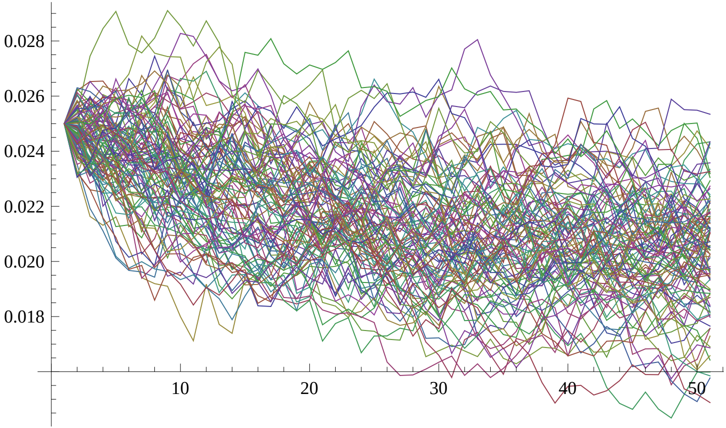
Nejprve zkusíme odhadnout parametry s použitím všech 192 sazeb roku 2010. Výsledné odhady jsou

- OLS: $(\hat{\mu}, \hat{\alpha}) = (0.07045, 0.000124, 0.0006238)$
- MLE: $(\hat{\mu}, \hat{\alpha}, \hat{\sigma}) = (0.02100, 0.004490, 0.00003612)$
- (G)MM: $(\hat{\mu}, \hat{\alpha}, \hat{\sigma}) = (0.02327, 0.01018, 0.001162)$

Software: Vlastní implementace ve Wolfram Mathematica 8.0.

Simulace

Vygenerujme 100 simulací (každou o 50 krocích) z modelu CIR s parametry $\mu = 2\%$, $\alpha = 0.05$, $\sigma = 0.005$, $r_0 = 2.5\%$.

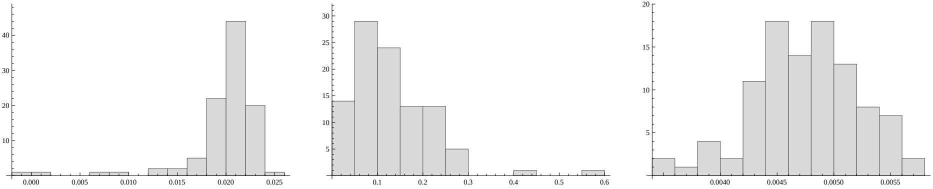


Metoda nejmenších čtverců

skutečné hodnoty	$\mu = 0.0200$	$\alpha = 0.0500$	$\sigma = 0.00500$
odhadnuté hodnoty	$\tilde{\mu} = 0.0199$	$\tilde{\alpha} = 0.1310$	$\tilde{\sigma} = 0.00475$

Metoda nejmenších čtverců

Histogram odhadů $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}$ a $\hat{\sigma}$.

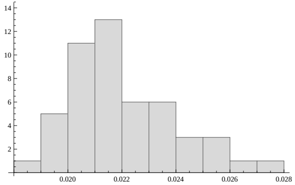


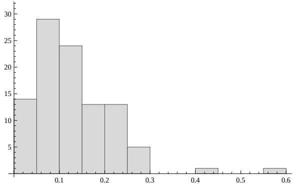
Metoda maximální věrohodnosti

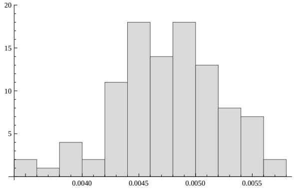
skutečné hodnoty	$\mu = 0.0200$	$\alpha = 0.0500$	$\sigma = 0.00500$
odhadnuté hodnoty	$\tilde{\mu} = 0.0220$	$\tilde{\alpha} = 0.1013$	$\tilde{\sigma} = 0.00259$

Metoda maximální věrohodnosti

Histogram odhadů $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}$ a $\hat{\sigma}$.





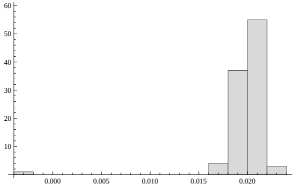


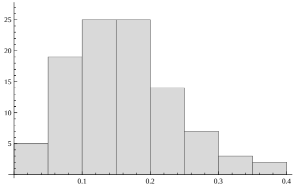
Zobecněné metoda momentů

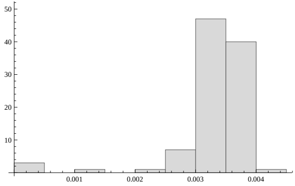
skutečné hodnoty	$\mu = 0.0200$	$\alpha = 0.0500$	$\sigma = 0.00500$
odhadnuté hodnoty	$\tilde{\mu} = 0.0199$	$\tilde{\alpha} = 0.1598$	$\tilde{\sigma} = 0.00328$

Zobecněné metoda momentů

Histogram odhadů $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}$ a $\hat{\sigma}$.







Shrnutí

- OLS: Rychlá a stabilní pro odhad μ a σ. Vhodná pro získání počátečních odhadů.
- MLE: Vysoká výpočetní náročnost. Není použitelná vždy.
- (G)MM: Stabilnější výsledky než u předešlých metod.

Nejnáročnější na odhad je parametr rychlosti návratu α.

Dále v práci ...

- Přehled (klasifikace) modelů
- Konstrukce predikcí

Výnosová křivka

Modelování (intrapolace/extrapolace) výsové křivky:

- Nelson-Siegel (1987), Svensson (1995)
- Smith-Wilson (2001)
- ...

Parametrizace na základě bezkupónových a kupónových dluhopisů, swapů.

- ANDĚL, J. *Statistické metody*. 4. vydání. Matfyzpress, 2007. ISBN 80-7378-003-8.
- BOLDER, D.J. *Affine Term-Structure Models: Theory and Implementation* [online]. Poslední revize říjen 2001 [cit. 20.6.2011]. Financial Markets Department, Bank of Canada.
- BRIGO, D. - MERCURIO, F. *Interest Rate Models - Theory and Practice*. 2. vydání. Springer, 2006. 1037 s. ISBN 978-3-540-22149-4.
- CHAN, K.C. - KAROLYI, G.A. - LONGSTAFF, F.A. - SANDERS, A.B. An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate. *The Journal of Finance,* 1992, vol. 47, no. 3, s. 1209-1227.
- COX, J.C. - INGERSOLL, J.E. - ROSS, S.A. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica,* 1985, vol. 53, s. 385-407.

- DE ROSSI, G. Maximum Likelihood Estimation of the Cox-Ingersoll-Ross Model Using Particle Filters. *Computing in Economics and Finance*, 2004, no. 302.
- *EconStats - LIBOR in Euro (EUR)* [online]. [cit. 19.6.2011]. ¡http://www.econstats.com/r/rlib$_{d}$*9.htm*>.
- JAMES, J. - WEBBER, N. *Interest Rate Modelling*. 1. vydání. John Wiley & Sons Ltd, 2000. 654 s. ISBN 978-0471-97523-6.
- KLADÍVKO, K. Maximum Likelihood Estimation of the Cox-Ingersoll-Ross Process: The Matlab Implementation. *Technical Computing Prague*, 2007.
- HOLICKÝ, P. - KALENDA, F.K. *Metody řešení vybraných úloh z matematické analýzy*. 2. vydání. Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-72-X.
- HULL, J.C. *Options, Futures and Other Derivatives*. 7. vydání. Pearson Prentice Hall, 2008. 814 s. ISBN 978-0-13-500994-9

Contents

Ztráta na výdělku

Rozšíření modelu Šváb (2003): **Výše renty**

$$R_t = V_0(1 + i_V)^t - (D_t + M_t) \tag{17}$$

kde V_0 značí výdělek před poškozením (za poslední rok/čtvrtletí), D_t invalidní důchod a M_t je výdělek po poškození v čase t.

Výdělek, důchod a mzda se ročně **valorizují**: i_V, i_D, i_M.

Budoucí platby renty diskontujeme pomocí **diskontního faktoru** (závislém na čase)

$$v_t = 1/(1 + i_t).$$

Stavový model

Pro stanovení rezervy na renty uvažujeme následující klasifikaci (**stavy**):

- Z - zdravý
- CI - pobírající částečný invalidní důchod
- PI - pobírající plný invalidní důchod
- NI - neinvalidní, tj. poškozený prokáže snížení výdělku v důsledku svého poškození, ale nepobírá invalidní důchod
- M - mrtvý

V současnosti nejsou k dispozici údaje o invaliditě...

Stavový model

Nechť $A \in \{PI, CI, NI\}$ a $S \in \{žena, muž\}$, potom

- ${}_tq_x^{A,S}$ - pravděpodobnost, že osoba ve věku x opustí stav $\{PI, CI, NI\}$ a přejde do stavu Z nebo M do času $x+t$,
- ${}_tp_x^{A,S}$ - pravděpodobnost setrvání osoby ve věku x ve stavu $A \in \{PI, CI, NI\}$ v čase $x+t$.

Rezerva na rentu

- **Dočasná renta**:

$$RR_{x,n} = \sum_{t=0}^{n-1} \prod_{j=1}^{t} v_j \cdot {}_t p_x^{A,S} [V_0(1+i_V)^t - D_0(1+i_D)^t - M_0(1+i_M)^t]^+ .$$

- **Doživotní renta**:

$$RR_x = \sum_{t=0}^{\omega^{A,S}-x} \prod_{j=1}^{t} v_j \cdot {}_t p_x^{A,S} [V_0(1+i_V)^t - D_0(1+i_D)^t - M_0(1+i_M)^t]^+ ,$$

kde $\omega^{A,S}$ značí nejvyšší věk uvažovaný pro daný stav a pohlaví.

Můžeme využít k výpočtu **kapitalizace renty**.

Rezerva na rentu

Pokud $i_C = i_V = i_D = i_M$:

- **Dočasná renta**:

$$RR_{x,n} = \sum_{t=0}^{n-1} \prod_{j=1}^{t} v_j \cdot {}_t\, p_x^{A,S} (1 + i_C)^t (V_0 - D_0 - M_0).$$

- **Doživotní renta**:

$$RR_x = \sum_{t=0}^{\omega^{A,S}-x} \prod_{j=1}^{t} v_j \cdot {}_t\, p_x^{A,S} (1 + i_C)^t (V_0 - D_0 - M_0).$$

Numerická studie

Portfolio 1000 rent za **ztráty na výdělku** z pojištění odpovědnosti POV (simulace dle reálných charakteristik portfolia Kooperativy pojišťovny, a.s., VIG)

Pro výpočet rezerv využity pouze stavy živý (**zdravý**) a **mrtvý**.

Numerická studie

Bezriziková úroková míra = **CIR proces** s parametry ze sítě:

- parametr návratu ke střední hodnotě $\alpha \in \{0.1, 0.5, 1.0\}$
- parametr variability $\sigma \in \{0.01, 0.03, 0.05\}$
- parametr polohy konstantní $\mu = 0.045$
- $+$ odhad rezervy při konstantní úrokové míře

Na základě 1000 trajektorií CIR procesu spočteny charakteristiky rezerv na renty ze ztráty na výdělku: průměr, směrodatná odchylka a odhad rezervy s bezpečnostní přirážkou na hladině 95 % za předpokladu normality.

Rezervy na renty

α	σ	Odhad	Směr. odch.	Odhad + bezp. přir.
0.1	0.01	4 104 070 234	129 210 653	4 317 267 811
0.1	0.03	4 155 291 381	385 716 392	4 791 723 428
0.5	0.01	3 794 853 968	35 513 737	3 853 451 633
0.5	0.03	3 812 341 390	101 883 990	3 980 449 973
0.5	0.05	3 848 949 994	172 758 040	4 134 000 760
1	0.01	3 777 185 071	17 620 508	3 806 258 909
1	0.03	3 791 519 687	54 576 681	3 881 571 210
1	0.05	3 823 295 521	89 439 502	3 970 870 699
-	-	3 776 295 000	-	-

Dále v práci ...

- Klasifikace pojištění odpovědnosti
- Odlišnosti v dalších státech EU (Německo, Španělsko, Švédsko, Francie)
- Pojištění odpovědnosti za škody na zdraví
- Pozůstalostní renty:
  - Vdovská renta
  - Sirotčí renty

- *Compensation for bodily injury by annuity settlements in Europe*, SCOR, 1999.
- T. Cipra: *Pojistná matematika - teorie a praxe*, Ekopress, 1999.
- ČKP: *Metodika tvorby technických rezerv v pojištění odpovědnosti z provozu vozidla*, Česká kancelář pojistitelů, 2001.
- S. Fisnar: *Tvorba rezervy na těžké škody na zdraví - Metody a praxe v pojištění odpovědnosti*, Corporate Communications Reinsurance and Risk, 1999.
- K. Imai, T. Kadowaki, Y. Aizawa: *Standardized Indices of Mortality among Persons with Spinal Cord Injury: Acclerated Aging Process*, 2004.

- J.S. Krause, R.E. Carter, E.E. Piskelsimer, D. Wilson: *A prospective Study of Health and Risk of Mortality After Spinal Cord Injury*, Arch. Phys. Med. Rehabil. Vol. 98 , 2008.
- J. Šváb: Rezervování rent z pojištění odpovědnosti. V P. Mandl, M. Šťástková ed.: *Seminář z aktuárských věd 2002/03*, MATFYZPRESS, 2003.
- E. Trojanová: *Pojistné rozpravy 3*, Česká asociace pojišťoven, 1998.
- G.G. Venter, B. Schill, J. Barnett: *Review of report of committee on mortality for disabled lives*, 1991.

Závěr

- Stochastický model úrokových měr
- Metody kalibrace parametrů
- Variabilita v rentách ze ztráty na výdělku

Děkuji za pozornost.

e-mail: branda@karlin.mff.cuni.cz