



Univerzita Palackého
v Olomouci

Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny v rámci Solvency 2

Ondřej Pavlačka, Ondřej Nevídal, Pavla Rotterová
Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky,
Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci



Nadační fond
pro podporu vzdělávání
v pojišťovnictví



– Projekt byl realizován ve dvou fázích:

- 1. fáze: **Problémy s VaR v pojišťovnictví**
 - září 2013 – květen 2015,
 - výsledky byly zpracovány v bakalářské práci studenta Ondřeje Nevídala a prezentovány na konferenci *Mathematical Methods in Economics*, která se konala v září 2015 v Chebu.
- 2. fáze: **Analýza standardního vzorce pro výpočet kapitálového požadavku**
 - leden 2016 – květen 2017,
 - výsledky týkající se modulu neživotního upisovacího rizika byly zpracovány v diplomové práci studenta Bc. Ondřeje Nevídala.
- Výsledky z jednotlivých fází jsou zpracovány jako samostatné části.



Problémy s VaR v pojišťovnictví

- **Kapitálový požadavek na solventnost (Solvency Capital Requirement – SCR):**
 - založen na předpokladu, že **výše kapitálu pojišťovny neumožní s pravděpodobností minimálně 0,995 její ruinování během následujících 12 měsíců,**
 - uplatnění míry rizika nazývané **hodnota v riziku** (Value at Risk – VaR) na hladině 0,995 s časovým horizontem 1 rok,
 - v odborné literatuře zaměřené na problematiku řízení rizik => **užití VaR pro vyčíslení rizika přináší určité úskalí a problémy, které je třeba brát v úvahu.**



Problémy s VaR v pojišťovnictví

– Známé problémy VaR:

1. VaR **není subaditivní** – pro libovolná riziková portfolia X_1 a X_2 obecně neplatí $\text{VaR}(X_1+X_2) \leq \text{VaR}(X_1) + \text{VaR}(X_2)$,
2. VaR **nezohledňuje případné velké ztráty** s pravděpodobností realizace menší než zvolená hladina.



Problémy s VaR v pojišťovnictví

– Původní cíle projektu:

1. na ilustrativních příkladech z oblasti pojištění **poukázat na úskalí a problémy**, které sebou může nést užití $\text{VaR}_{0,995}$ pro výpočet SCR,
2. odvodit **alternativní charakteristiky rizikovosti**, které by kompetentní osoby dopředu varovaly před možností nastání daných problémů, popř. navrhnout procedury, pomocí kterých půjde zjištěná úskalí či problémy minimalizovat nebo odstranit.



Konstrukce ilustrativních příkladů

– Obecný rámec:

- dle metodiky Solvency 2 je SCR počítán jako **součet hodnot VaR z pojistného, tržního, kreditního a operačního rizika**,
- zaměřili jsme se na **pojistné riziko**, uvažovali jsme odvětví **neživotního pojištění**, konkrétně **majetkové pojištění**,
- podobné příklady by však šly zkonstruovat i u ostatních druhů pojištění.



Konstrukce ilustrativních příkladů

– Značení:

- X ... **pojistný kmen**,
- $L(X)$... náhodná veličina představující **celkovou hodnotu škod** z pojistek patřících do X v daném roce,
- $\mu(X)$... **netto pojistné** z pojistného kmene X (uvažujeme $\mu(X) = E[L(X)]$).

– Příslušný **kapitálový požadavek** $SCR(X)$ je dán následovně:

$$SCR(x) = L(X)_{0,995} - \mu(X),$$

- kde $(L(X))_{0,995}$ = 0,995-kvantil škod z událostí vzniklých v daném roce.



Konstrukce ilustrativních příkladů

– Aplikovaný matematický model:

- pro ocenění rizikovosti pojistného kmene jsme využili **simulační model** zkonstruovaný v rámci projektu

„Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik“

- popis modelu je k dispozici na webových stránkách NFVP:

<http://www.nfvp.cz/aplikace-teoreticky-ch-postupu.html>



Konstrukce ilustrativních příkladů

- **Vstupní data** za každou pojistnou smlouvu P_i patřící do X :
 - $PML(P_i)$,
 - **netto pojistné** (v příkladech stanoveno jako průměrná škoda),
 - **riziková kategorie** daná jako kombinace *stupně četnosti škod* a *stupně závažnosti škod*.
- **Předpoklad:**
 - **škody z jednotlivých pojistných smluv jsou vzájemně nezávislé** (tento předpoklad nebude uvažován v posledním příkladu).



Konstrukce ilustrativních příkladů

– Rizikové kategorie:

- dva stupně četnosti škod (počet škod v jednom roce) – *nízká frekvence* (F_1) a *vysoká frekvence* (F_2),
- dva stupně závažnosti škod (podíl škody na PML(P_i)) – *malá závažnost* (I_1) a *vysoká závažnost* (I_2).

– Stupně četnosti škod – počet škod v jednom roce je modelován Poissonovým rozdělením s parametry:

- $\lambda = 0,07$ v případě F_1 ,
- $\lambda = 0,17$ v případě F_2 .



Konstrukce ilustrativních příkladů

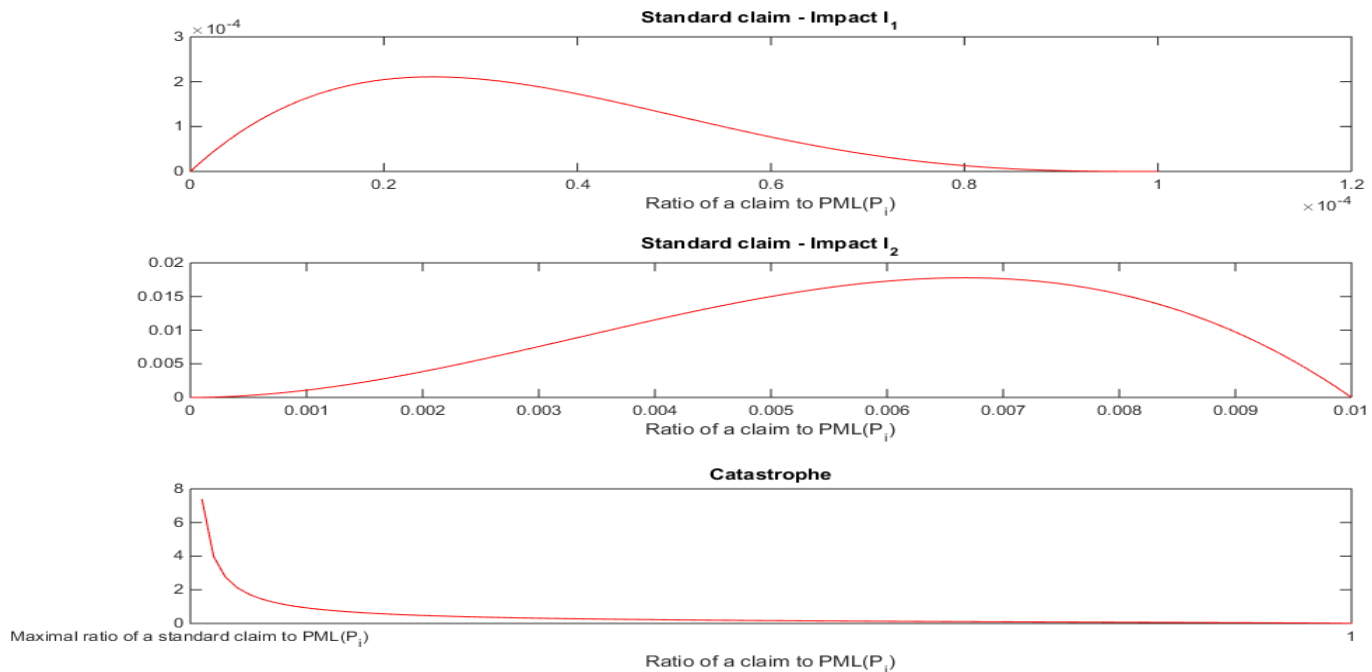
- **Modelování podílu škod na PML(P_i):**
 - Uvažujeme **dva typy škod** – standardní škody a “katastrofické” škody.
 - Pro každý stupeň byla zvolena **maximální hodnota standardní škody** na PML(P_i) a pravděpodobnost, s jakou bude tato mez překročena.

Závažnost	Maximální podíl standardní škody na PML	Pravděpodobnost překročení meze
l_1	0,0001	2.7 %
l_2	0,01	5 %



Konstrukce ilustrativních příkladů

- Podíl škody na $PML(P_i)$ je modelován pomocí Beta rozdělení s modifikovanými mezemi:





Konstrukce ilustrativních příkladů

- **Škodní scénář z pojistné smlouvy P_i :**
 - Nejprve se vygeneruje počet škod na základě zvoleného stupně četnosti škod.
 - Pokud je počet škod roven 0, je i celková škoda nulová.
 - V případě kladného počtu škod je pro každou škodu vygenerována hodnota z $\langle 0,1 \rangle$ z příslušného rozdělení pravděpodobnosti odpovídajícího stupni závažnosti, která se vynásobí hodnotou $PML(P_i)$.
 - Výsledné hodnoty se pak sečtou.



Konstrukce ilustrativních příkladů

– Škodní průběh z pojistného kmene X :

- Simulační model generuje 500 000 scénářů škodních průběhů z každé pojistné smlouvy z daného kmene během jednoho roku.
- Odpovídající scénáře $L(X)$ jsou dány jako součet scénářů škodních průběhů jednotlivých pojistných smluv.
- Na základě scénářů můžeme vyčíslit **odhady charakteristik**:
 - $\mu(X)$ jako průměrná hodnota $L(X)$,
 - $L(X)_{0.995}$ jako empirický kvantil $L(X)$,
 - směrodatná odchylka $L(X)$, $\text{CVaR}_{0.995}(X)$.



Vybrané ilustrativní příklady

– Zkonstruované příklady poukazují na následující problémy:

1. SCR celkového pojistného kmene nelze obecně omezit součtem SCR vyplývajících z dílčích podkmenů,
2. SCR neposkytuje celkový obraz o podstoupeném riziku,
3. sjednání zajištění nemusí SCR snížit, naopak jej může navýšit,
4. možné hromadné škody, katastrofální povodně, atp. se nemusí v SCR naplno projevit.



Absence subaditivity

- **Kapitálový požadavek z celkového pojistného kmene nelze obecně omezit součtem kapitálových požadavků z dílčích podkmenů:**
 - Zkonstruovali jsme řadu příkladů různě velikých pojistných kmenů, kde v případě spojení dílčích pojistných kmenů byl kapitálový požadavek z celkového pojistného kmene větší než součet kapitálových požadavků z dílčích pojistných kmenů.
 - Analyzovali jsme i „indikátory“ upozorňující na nebezpečí nastání této skutečnosti.



Absence subaditivity

- **Kapitálový požadavek z celkového pojistného kmene nelze obecně omezit součtem kapitálových požadavků z dílčích podkmenů:**
 - Globálně se dá říci, že tento jev může nastat v případě, kdy **dílčí pojistné kmeny obsahují riziko, které se projeví jen s velmi malou pravděpodobností** (menší než 0,5 %).
 - Typickým příkladem takových pojistných kmenů jsou **nesourodé kmeny co do PML**, kdy k převažujícímu množství smluv se zhruba stejným PML je přidáno několik málo smluv nesoucích výrazně větší riziko (viz dále uvedený příklad).



Absence subaditivity

– Příklad:

- Uvažujme **dva identické pojistné kmeny** X_1 a X_2 .
- Oba kmeny tvoří **10 tisíc pojistných smluv**, z nichž:
 - 5 smluv má PML = 16 mil. Kč,
 - ostatní smlouvy mají PML 100 tis. Kč.
- **Rizikovost:** četnost F_1 , závažnost I_2 .



Absence subaditivity

– Příklad:

	X_1	X_2	Součet charakteristik	$X_1 + X_2$
$L(\cdot)_{0,995}$	1 845 454	1 841 161	3 686 616	5 312 638
$\mu(\cdot)$	764 507	764 507	1 529 014	1 529 013
SCR(\cdot)	1 080 948	1 076 654	2 157 602	3 783 625
$CVaR_{0,995}(\cdot)$	4 885 650	4 890 431	9 776 081	7 645 354

$$CVaR_{0,995}(X) = E[L(X) | L(X) > L(X)_{0,995}] - \mu(X)$$



SCR neposkytuje celkový obraz o riziku

– Příklad:

- Dva pojistné kmeny čítající 10 tis. smluv.
- X_1 : všechny smlouvy PML = 250 tis. Kč, rizikovost: četnost F_1 , závažnost I_2
- X_2 : všechny smlouvy s výjimkou jedné PML = 100 tis. Kč, jedna smlouva PML = 16 mil. Kč, rizikovost: četnost F_2 , závažnost I_2 .



SCR neposkytuje celkový obraz o riziku

– Příklad:

- Kapitálový požadavek SCR vyjde vyšší u prvního pojistného kmene, který však lze na základě jiných hledisek považovat za méně rizikový (viz hodnota $CVaR_{0,995}$ nebo směrodatná odchylka).

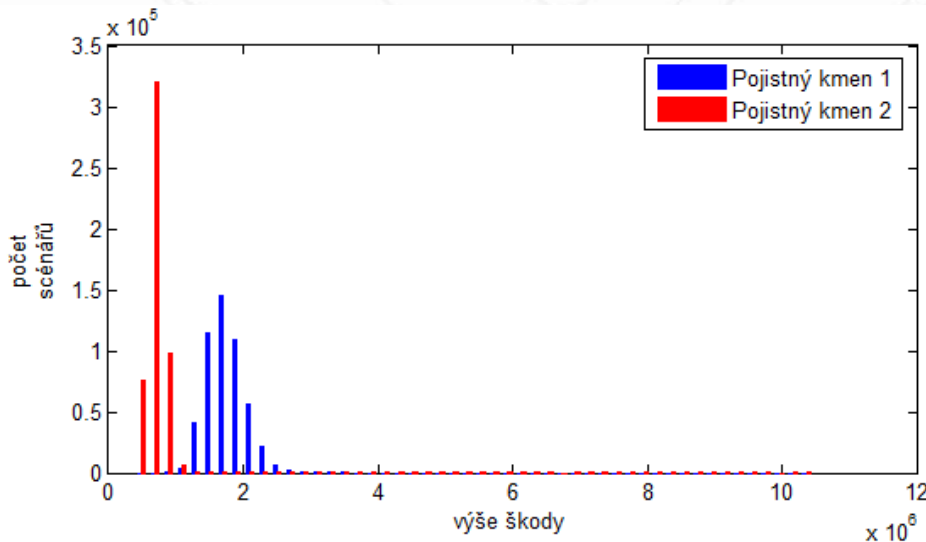
	X_1	X_2
$L(\cdot)_{0,995}$	2 581 232	2 306 083
$\mu(\cdot)$	1 744 812	1 738 727
SCR(\cdot)	836 420	567 356
Směrodatná odchylka	275 692	328 454
$CVaR_{0,995}(\cdot)$	963 535	2 423 363



SCR neposkytuje celkový obraz o riziku

– Příklad:

- Potenciálně velké škody u X_2 se na SCR neprojeví, protože pravděpodobnost jejich nastoupení je menší než stanovená hladina 0,5 %.

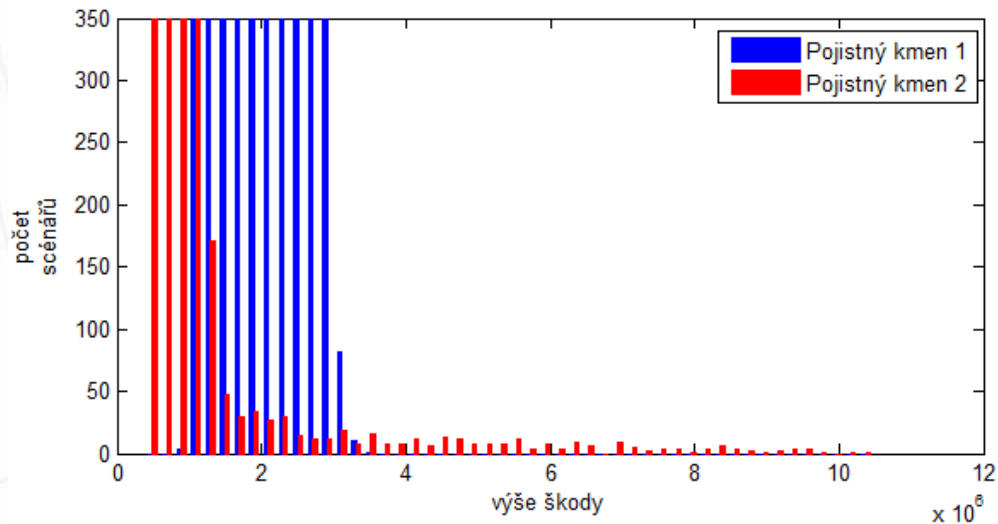




SCR neposkytuje celkový obraz o riziku

– Příklad:

- Potenciálně velké škody u X_2 se na SCR neprojeví, protože pravděpodobnost jejich nastoupení je menší než stanovená hladina 0,5 %.





Sjednáním zajištění může dojít k nárůstu SCR

- Očekávanou vlastností metod pro stanovení SCR je skutečnost, že **cedováním rizika by mělo dojít k poklesu pojistného rizika** (při nárůstu kreditního rizika):
 - Ukážeme si, že sjednáním zajištění surplus může dojít k navýšení SCR.
 - Analogické příklady by šlo zkonstruovat i pro jiné typy zajištění s výjimkou kvótového.



Sjednáním zajištění může dojít k nárůstu SCR

– Zajištění surplus:

- Pojistitel si zvolí **vlastní vrub**, do jehož úrovně si ponechá plné riziko, část rizika přesahující vlastní vrub pak postoupí do zajištění.
- Pojistitel i zajistitel si rozdělí pojistné v poměru, ve kterém se budou podílet na krytí rizika.
- Neuvažujeme limit zajistitele ani zajišťovací provize.
- **Příklad:**
 - vlastní vrub 100 000 EUR,
 - pojistná částka 200 000 EUR => pojistitel předá polovinu pojistného zajistiteli, ten bude kryt polovinu veškerých škod.



Sjednáním zajištění může dojít k nárůstu SCR

– Příklad:

- Uvažujme **pojistný kmen** X o rozsahu 1 000 smluv:
 - 997 smluv má PML rovno 100 tis. EUR,
 - zbylé 3 smlouvy mají PML rovno 100 mil. EUR,
 - rizikovost: frekvence škod F_1 a závažnost škod I_1 .
- Pojistitel má možnost sjednat si **zajištění surplus s vlastním vrubem** 100 tis. EUR.



Sjednáním zajištění může dojít k nárůstu SCR

– Příklad:

- Nárůst SCR(X) v případě sjednání zajištění je způsoben skutečností, že velká rizika, která pojišťovna ceduje, čímž přijde o značnou část pojistného, se v ukazateli SCR(X) neprojeví, neboť pravděpodobnost jejich nastání je za daným horizontem 0,5 %.

	Případ bez zajištění surplus	Zajištění surplus
$L(X)_{0,995}$	144 861	122 828
$\mu(X)$	58 949	14 748
SCR(X)	85 912	108 080
$CVaR_{0,995}(X)$	8 716 490	130 351



Hromadná katastrofická událost se nemusí projevit na SCR

– Hromadná katastrofická událost:

- škoda nastane u velkého počtu pojistných smluv současně a v rámci jednotlivých smluv bude na horní hranici limitů plnění,
- v případě vysoké koncentrace pojištěného majetku/pojištěných osob buď z pohledu geografického nebo z pohledu typu rizika,
- **stanovení pravděpodobnosti nastání takové události** je klíčovým faktorem určení SCR - pokud je pravděpodobnost takovéto události menší než 0,5 %, v SCR se neprojeví.



Hromadná katastrofická událost se nemusí projevit na SCR

– Příklad:

- Pojistný kmen X čítající 1 000 smluv s PML = 100 tis. EUR, rizikovost: frekvence škod F_1 a závažnost škod I_1 .

	Nezávislé škody	Katastrofa, $p = 0,0049$	Katastrofa, $p = 0,005$
$L(X)_{0,995}$	122 148	199 938	50 119 266
$\mu(X)$	14 748	504 748	514 748
SCR(X)	107 400	-304 810	49 604 518



Závěr první fáze projektu

- Ukazatel **Value at Risk** se ve finančnictví používá už dlouho a jeho nedostatky (stejně jako jeho přednosti) jsou dobře známy.
- Pokusili jsme se ukázat, **jak by se jeho známé nedostatky mohly projevit v pojišťovnictví**, pokud by byl tento ukazatel používán pro určení kapitálového požadavku vyplývajícího z rizika obsaženého v pojistném kmeni.



Závěr první fáze projektu

- Z prezentovaných příkladů je patrné, že společným rysem prvních třech zmíněných typů problémů je **značně nehomogenní pojistný kmen**, kde pojistné částky u některých smluv jsou značně odlišné od ostatních smluv ve kmeni.
- Ve čtvrtém případě pak pracujeme s extrémně těžkým koncem funkce hustoty celkové škody způsobeným **rizikem koncentrace** (ke kterému je nutné přistoupit individuálně).



Závěr první fáze projektu

- Na práci jsme obdrželi posudek od pana Roberta Meixnera ze společnosti KPMG.
- V roce 2014 schválený **regulatorní rámec Solventnosti 2** obsahuje značné množství pokynů, které doplňují základní kalibrační požadavek ($\text{VaR}_{0,995}$) a tím překračují jeho omezení:
 - Pojišťovny by měly **riziko nehomogenity dat vhodně ošetřit.**
 - Stejně tak **riziko koncentrace by mělo být v kapitálovém požadavku zahrnuto.**



Závěr první fáze projektu

- V posudku nám bylo jako jeden z možných směrů dalšího směřování projektu doporučeno **posoudit adekvátnost standardního vzorce pro stanovení kapitálového požadavku**, který se většina českých pojišťoven rozhodla využít.
- Tahle analýza byla pak náplní další fáze projektu.



Reference

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.–M., Heath, D.: Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* **9** (1999), 203–228.
- Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) č. 35/2015 ze dne 10. října 2014
- Nevídal, O.: *Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny*. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2015.
- Pavlačka, O., Rotterová, P., Nevídal, O.: Problems Connected with Applying VaR for Determining Solvency Capital Requirement of Insurance Companies. In: *Proceedings of the 33rd International Conference Mathematical Methods in Economics*. Západočeská univerzita, Plzeň, 2015, pp. 612-617.
- Strnad, P.: Řízení tržních rizik pomocí Value at Risk – úskalí a problémy. *Economic Review* **1** (2009), 91-102.



Analýza standardního vzorce

- Cílem druhé fáze bylo na případových studiích analyzovat vhodnost **standardního vzorce** pro výpočet kapitálového požadavku:
 - „Standardní vzorec je kalibrován tak, aby pokryl upisovací, tržní, kreditní a operační riziko se spolehlivostí 99,5 % v ročním horizontu. Je vhodný spíše pro malé a střední společnosti s nepříliš komplikovanou strukturou; proto musí pokrýt potřeby širokého spektra společností, a to s dostatečnou přesností, transparentností a jednoduchostí.“

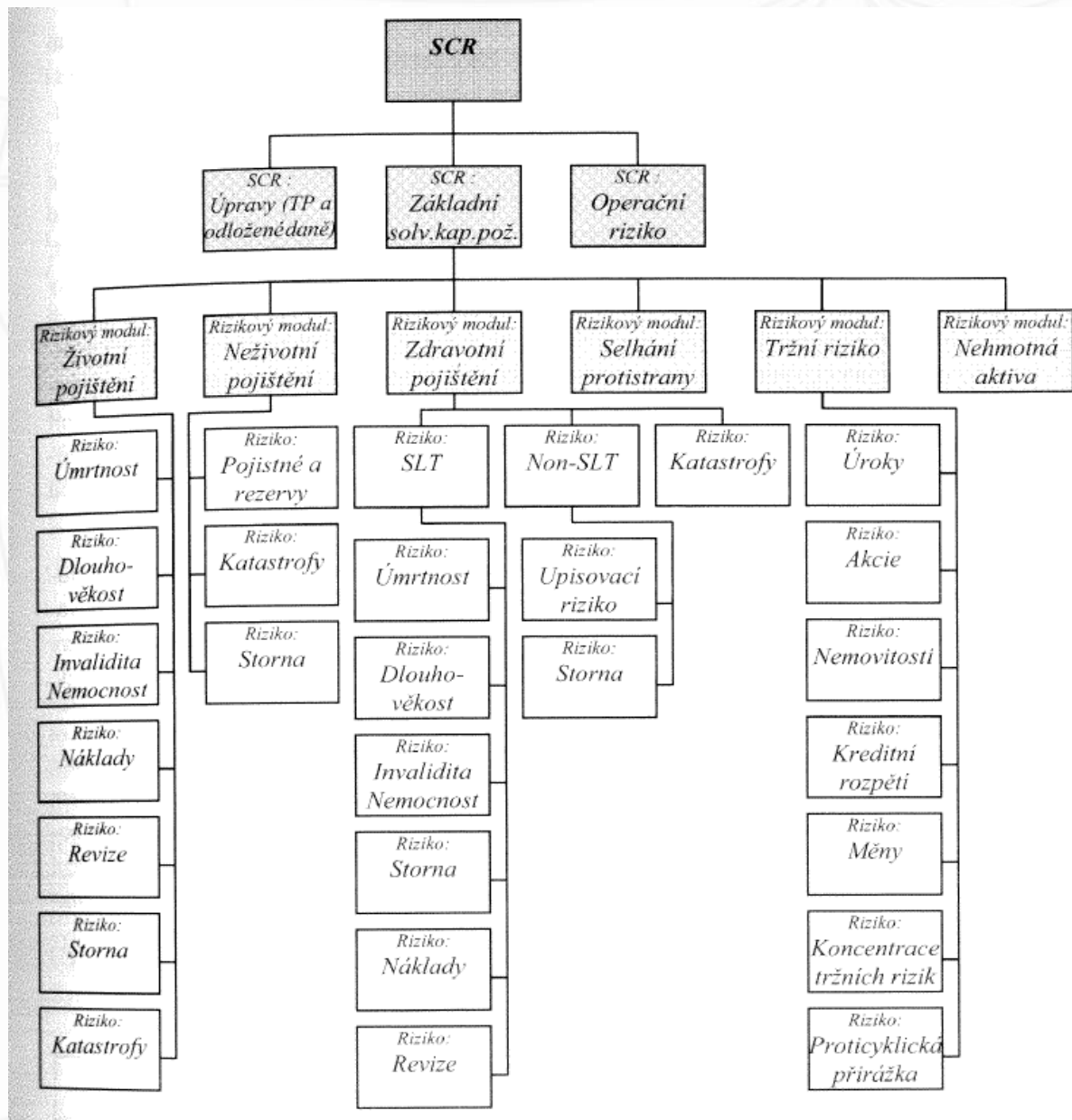


Analýza standardního vzorce

- Standardní vzorec pracuje s předepsanými **rizikovými moduly a podmoduly**:
 - Jak na úrovni modulů, tak i podmodulů je **zohledněn diverzifikační efekt**, a to **pomocí korelací** mezi jednotlivými komponentami.
 - **Agregace kapitálových požadavků** pomocí korelační matice:

$$SCR(S) = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR(X_i) \cdot SCR(X_j)}$$

kde $S = \sum_i X_i$.



Obrázek 1: Struktura standardního vzorce pro stanovení kapitálového požadavku SCR (zdroj Cipra, T.: *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II.*)



Analýza standardního vzorce

- Vzhledem ke komplexnosti standardního vzorce pro výpočet kapitálového požadavku jsme do analýzy zahrnuli:
 - modul **neživotního upisovacího rizika**:
 - podmodul **rizika pojistného a technických rezerv**,
 - podmodul **neživotního katastrofického rizika**.



Modul neživotního upisovacího rizika

- Výpočet solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny je dán následujícím způsobem:

$$SCR_{neživotní} = \sqrt{\sum_{i,j} corrNL_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j},$$

kde

- hodnoty SCR_i označují kapitálové požadavky pro jednotlivé podmoduly,
- $corrNL_{i,j}$ jsou korelační koeficienty mezi SCR pro jednotlivé podmoduly pevně stanovené směrnicí EU.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- Kombinuje kapitálové požadavky vůči dvěma hlavním zdrojům upisovacího rizika v neživotním pojištění:
 - **riziko pojistného** spočívá v potenciální možnosti, že přijaté pojistné nebude pojistiteli stačit na proplacení požadovaného pojistného plnění,
 - **riziko rezerv** je způsobeno fluktuacemi v časovém umístění a velikosti pojistného plnění.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- Příslušný kapitálový požadavek je dán následovně:

$$SCR_{\text{pojistné a rezervy}} = 3 \cdot \sigma \cdot V,$$

- V = míra objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění,
- σ = jednotková směrodatná odchylka tohoto rizika.
- Standardní vzorec tak v tomto případě využívá předpokladu **asymptoticky normálního rozdělení pravděpodobnosti** budoucích pojistných plnění a hodnotu $VaR_{0,995}$ určuje pomocí trojnásobku směrodatné odchylky.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- Příslušný kapitálový požadavek je dán následovně:

$$SCR_{\text{pojistné a rezervy}} = 3 \cdot \sigma \cdot V,$$

- V = míra objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění,
- σ = jednotková směrodatná odchylka tohoto rizika.
- Protože je uvažován větší násobek než 2,576, výsledná hodnota by měla být vyšší, než je kvantil 0,995 příslušného normálního rozdělení pravděpodobnosti => bezpečnostní přírážka pro případ, že by rozdělení pravděpodobnosti budoucích plnění nebylo normální, ale mělo tzv. „těžký konec“.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- Míra objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění V :

$$V = \sum_S V_S,$$

- je stanoveno **12 segmentů** odpovídajících jednotlivým odvětvím pojištění, 3 segmenty jsou přitom spojeny s aktivním neproporcionálním zajištěním,
- pokud pojišťovna působí pouze v ČR, je pro daný segment s míra rizika pojistného a technických rezerv rovna

$$V_S = V_{pojistné,s} + V_{rezervy,s}.$$



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- **Míra objemu rizika pojistného** $V_{pojistné,s}$ v segmentu s je stanovena:

$$V_{pojistné,s} = \max\{P_s; P_{min,s}\} + FP_{souč.,s} + FP_{bud.,s}$$

- **Míra objemu rizika technických rezerv** $V_{rezervy,s}$ v segmentu s je rovna diskontovanému nejlepšímu odhadu nesplaceného pojistného plnění v daném segmentu s , a to po odečtení částek, které jsou vymahatelné ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

- Směrodatná odchylka σ je určena následovně:

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \sqrt{\sum_{s,t} \text{corr}S_{s,t} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t},$$

- $\text{corr}S_{s,t}$ jsou korelační koeficienty mezi jednotlivými segmenty pevně stanovené směrnicí EU,
- pro každý segment s platí ($\sigma_{p,s}$ a $\sigma_{r,s}$ pevně stanoveny směrnicí EU)

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_{p,s} \cdot V_{p,s})^2 + \sigma_{p,s} \cdot \sigma_{r,s} \cdot V_{p,s} \cdot V_{r,s} + (\sigma_{r,s} \cdot V_{r,s})^2}}{V_{p,s} + V_{r,s}}.$$



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Analýza:

- $SCR_{\text{pojistné a rezervy}}$ **nebere v potaz pojištěné riziko jako takové, ale jen výše pojistného a technických rezerv.**
- Po zkrácení V :

$$SCR_{\text{pojistné a rezervy}} = 3 \cdot \sqrt{\sum_{s,t} \text{corr}S_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}$$

- $SCR_{\text{pojistné a rezervy}}$ je rostoucí funkce měr objemu pojistného $V_{\text{pojistné},s}$ a měr objemu technických rezerv $V_{\text{rezervy},s} \Rightarrow$ **pojišťovna obezřetnější při kalkulaci pojistného a rezerv bude muset splnit i větší kapitálový požadavek.**



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Analýza:

- Sporný je i samotný způsob výpočtu $SCR_{\text{pojistné a rezervy}}$.
- Aby měla daná hodnota interpretaci $\text{VaR}_{0,995}$, musely by pojistné a technické rezervy představovat odhad očekávané současné hodnoty budoucích výdajů bez zahrnutí bezpečnostní přírážky.
- Ta totiž de facto navyšuje kapitálový požadavek, místo aby jej snižovala.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Analýza:

- V $SCR_{\text{pojistné a rezervy}}$ **není nijak zohledněn počet smluv v pojistném kmeni**. Setkáváme se pouze s velmi obecným požadavkem na homogenitu pojistného kmene.
- Přitom je z pojistné teorie známé, že *riziko pojistného* (vyjádřeného jako směrodatná odchylka kolísání pojistného kolem jeho střední hodnoty) se s růstem počtu uzavřených smluv snižuje.
- Ve standardním vzorci jsou však koeficienty znázorňující směrodatné odchylky v jednotlivých segmentech stanoveny fixně v procentech z objemu pojistného, tedy bez ohledu na případný počet smluv v kmeni.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Příklad:

- Ukážeme si, že při zachování stejné výše celkového pojistného nejsou homogenní pojistné kmeny s různým počtem pojistných smluv stejně rizikové.
- Budeme uvažovat **dva homogenní pojistné kmeny** tvořeny vždy identickými pojistnými smlouvami se stejnou pojistnou částkou.
- Druhý kmen, tzv. *odvozený kmen*, bude obsahovat dvojnásobný počet smluv než první kmen, tzv. *základní kmen*.
- Pojistná částka u smluv v odvozeném kmeni bude přitom zvolena tak, aby předepsané *rizikové pojistné* (tedy *nettopojistné + bezpečnostní přírážka*) bylo za oba kmeny zhruba stejné.



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Příklad:

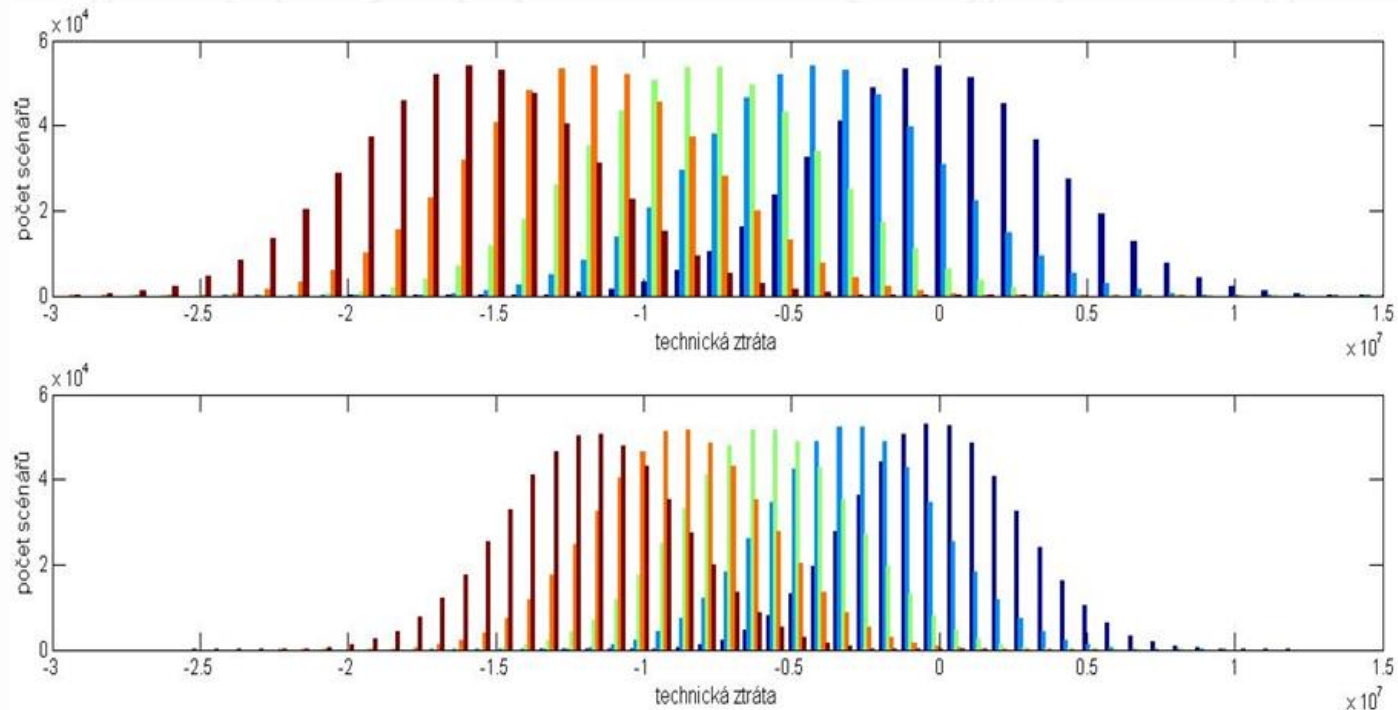
- **Bezpečnostní přírážka** bude určena pomocí **principu směrodatné odchylky**, který bývá v praxi nečastější.
- Uvažujeme **pět úrovní bezpečnostní přírážky** - celočíselné násobky směrodatné odchylky výše celkových plnění.

	k				
$VaR_{i,k}$	0	1	2	3	4
$VaR_{1,k}$	10 357 138,9	6 336 244,0	2 315 349,1	-1 705 545,8	-5 726 440,7
$VaR_{2,k}$	7 323 614,7	4 543 104,0	1 681 526,2	-1 253 433,1	-4 255 019,4



Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

– Příklad:





Podmodul rizika katastrof

- **Podmodul neživotního katastrofického rizika** v sobě zahrnuje další 4 podmoduly :
 - *podmodul rizika přírodních pohrom (SCR_{natCAT}),*
 - *podmodul katastrofického rizika při neproporciálním zajištění pojištění majetku ($SCR_{NPproperty}$),*
 - *podmodul rizika katastrof způsobených člověkem (SCR_{mmCAT}),*
 - *podmodul jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění ($SCR_{otherCAT}$).*



Podmodul rizika katastrof

- **Solventnostní kapitálový požadavek** pro podmodul neživotního katastrofického rizika:

$$SCR_{CAT} = \sqrt{(SCR_{natCAT} + SCR_{NPproperty})^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{otherCAT}^2}$$

- Zabývali jsme se **podmodulem rizika přírodních pohrom** a **podmodulem rizika katastrof způsobených člověkem**.



Podmodul rizika katastrof

- **Konstrukce ilustrativních příkladů** týkajících se podmodulu rizika katastrof:
 - výpočet solventnostního kapitálového požadavku v MS Excel,
 - **vstupní data:**
 - upravená data získaná z výroční zprávy jedné z menších českých pojišťoven – **popsaná ve výsledné zprávě** na www.nfvp.cz,
 - neuvažovali jsme zajištění, protože jeho forma a výše je u každé pojišťovny jiná,
 - dopady realizace scénářů na primární kapitál jsou individuální – kapitálový požadavek uvažujeme ve výši dané ztráty.



Podmodul rizika katastrof

– Solventnostní kapitálové požadavky pro vstupní data:

$SCR_{neživotní} = 373\,744\,261$			
$SCR_{poj. a rez.} = 270\,461\,968$	$SCR_{katastrofy} = 226\,342\,327$		
	<table border="1"><tr><td>$SCR_{natCAT} =$ 47 600 367</td><td>$SCR_{mmCAT} =$ 221 280 487</td></tr></table>	$SCR_{natCAT} =$ 47 600 367	$SCR_{mmCAT} =$ 221 280 487
$SCR_{natCAT} =$ 47 600 367	$SCR_{mmCAT} =$ 221 280 487		



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul pokrývá riziko:

- vichřice,
 - zemětřesení,
 - povodně,
 - krupobití,
 - sesuvu nebo poklesu půdy (uvažováno pouze pro Francii).
- } podobný princip stanovení SCR

– Solventnostní kapitálový požadavek:

$$SCR_{natCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2}$$



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul rizika povodně – výpočet SCR :

- Region Česká republika je rozdělen na 59 rizikových pásem podle prvního dvojčíslí poštovních směrovacích čísel.
- Každému rizikovému pásmu je přidělena riziková váha.
- Největší rizikovou váhu 4,8 má rizikové pásmo 57, jehož poštovní směrovací číslo začíná dvojčíslím 77 (Olomouc).
- Nejnižší riziková váha 0,4 je přidělena rizikovému pásmu 4 (Praha 3).



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul rizika povodně – výpočet SCR:

- Určí se **pojistná částka** pro riziko povodně pro jednotlivé regiony i :

$$SI_{(flood,CZ,i)} = SI_{(property,CZ,i)} + SI_{(onshore-prperty,CZ,i)} + 1,5 \cdot SI_{(motor,CZ,i)}$$

- Vynásobením odpovídající rizikovou váhou => **vážená pojistná částka**:

$$WSI_{(flood,CZ,i)} = W_{(flood,CZ,i)} \cdot SI_{(flood,CZ,i)}$$

- Poté se určí tzv. **zjištěná ztráta**:

$$L_{(flood,CZ)}$$

$$= Q_{(flood,CZ)} \cdot \sqrt{\sum_{i,j} corr_{(flood,CZ,i,j)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)}}$$



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul rizika povodně – výpočet SCR:

- Zjištěná ztráta $L_{(flood,CZ)}$ je využita k výpočtu solventnostního kapitálového požadavku při **dvou různých scénářích**:
 - **Scénář A:** $SCR_{(flood,CZ,A)}$ se rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 65 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v ČR a ztráty ve výši 45 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v ČR.
 - **Scénář B:** $SCR_{(flood,CZ,B)}$ se rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 100 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v ČR a ztráty ve výši 10 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v ČR.
 - Veškeré ztráty jsou bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul rizika povodně – výpočet SCR:

$$SCR_{(flood,CZ)} = \max\{SCR_{(flood,CZ,A)}, SCR_{(flood,CZ,B)}\}$$

– Výpočet solventnostních kapitálových požadavků pro rizika zemětřesení a vichřice:

- prakticky stejný jako pro riziko povodně,
- odlišnost spočívá ve volbě korelačních matic, rizikových vah jednotlivých rizikových pásem a rizikového faktoru Q ,
- další odlišností je potom výpočet $SI_{(windstorm,CZ,i)}$ a $SI_{(earthquake,CZ,i)}$, do kterých se nezapočítávají pojistné částky ostatního pojištění motorových vozidel.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Podmodul rizika krupobití – výpočet SCR:

- v ČR se pro výpočet okamžité ztráty používá zjednodušený vzorec:

$$L_{(hail,CZ)} = 0,3 \cdot P_{hail},$$

- P_{hail} je **odhad celkového pojistného**, jež má získat z pojištění pro případ požáru, pojištění námořní a letecké dopravy a přepravy a ostatního pojištění motorových vozidel, pouze však z takových pojistných smluv, která kryjí riziko krupobití.
- Solventnostní kapitálový požadavek = **ztráta primárního kapitálu**, která by z této okamžité ztráty vyplynula.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

- **Problém** – jak správně vyčíslit kapitálový požadavek z jednotlivých podmodulů (ztráta primárního kapitálu vyplývající z daných scénářů).
- Předpokládáme, že **výsledný kapitálový požadavek bude v jednotlivých podmodulech menší než vypočtená ztráta L** , neboť pojišťovna uplatní případná sjednaná zajištění a nejspíše půjde vzít v potaz i zasloužené netto pojistné z daného druhu pojištění (tohle se nám nepodařilo dohledat).
- Protože tohle je u jednotlivých pojišťoven různé, **zaměřili jsme se na samotný způsob vyčíslení velikosti ztráty L** v daných scénářích, od které se pak odvíjí ztráta primárního kapitálu.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

- Vzhledem k podobnosti způsobů stanovení L v jednotlivých podmodulech jsme se zaměřili na **podmodul rizika povodní**.
- Při výpočtu hodnoty ztráty $L_{(flood,CZ)}$ se **nezohledňuje skutečná rizikovost pojištěných objektů**, vyjádřená např. ve formě *povodňové zóny*, ale jen rizikové pásmo (lokalita daná PSČ).
- Hodnota $L_{(flood,CZ)}$ je navíc určena čistě pomocí pojistných částek jednotlivých pojištěných objektů, **nebere se v potaz pojistné**, které pojistitel inkasuje. Pokud skutečnou rizikovost pojištěných subjektů pojistitel zohlední pomocí pojistných sazeb, na hodnotu $L_{(flood,CZ)}$ to nebude mít vliv.



Univerzita Palackého
v Olomouci

Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

– Dva pojistné kmeny:

- se stejně velikou celkovou pojistnou částkou,
- stejně rozmístěnými pojištěnými objekty z hlediska rizikových pásem ve standardním vzorci,
- zcela rozdílná rizikovost z hlediska umístění pojištěných objektů v jednotlivých povodňových zónách.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

– Dva pojistné kmeny:

- Případné vyšší pojistné inkasované pojišťovnou u více rizikového kmene by se pak promítlo pouze ve vyšší hodnotě $SCR_{\text{pojistné a rezervy}}$.
- Pokud by se pojistné bralo v potaz při vyčíslení $SCR_{(flood,CZ)}$ ve smyslu, že by snižovalo ztrátu primárního kapitálu, tak by ve skutečnosti rizikovější kmen měl dokonce nižší kapitálový požadavek v rámci tohoto podmodulu, jelikož pojišťovna by inkasovala větší pojistné.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

- Dále jsme analyzovali **vliv rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem na výslednou hodnotu** $L_{(flood,CZ)}$ a následně i na hodnoty SCR u nadřazených modulů:
 - Jednoznačně **nejhorší je případ**, kdy jsou všechny pojištěné objekty umístěny výhradně v nejvíce rizikovém pásmu co do velikosti váhy $W_{(flood,CZ,i)}$, popř. v několika zkorelovaných nejvíce rizikových pásmech, jinak $L_{(flood,CZ)}$ velmi rychle klesá.
 - Naopak rozdíl mezi situacím, kdy jsou pojistné částky rozloženy zcela rovnoměrně (tj. hodnoty $SI_{(flood,CZ,i)}$ jsou podobné), a situacím, kdy jsou pojištěny objekty výhradně v jedné z nejméně rizikových oblastí, je skoro zanedbatelný.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

- Dále jsme analyzovali **vliv rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem na výslednou hodnotu $L_{(flood,CZ)}$** a následně i na hodnoty SCR u nadřazených modulů:
- **Pokud chce pojišťovna minimalizovat kapitálový požadavek, nemá smysl se soustředit na pojišťování objektů v nejnižším rizikovém pásmu, stačí dbát na diverzifikaci**, tj. mít jednotlivé souhrnné pojistné částky $SI_{(flood,CZ,i)}$ pokud možno rovnoměrně rozložené ve více rizikových pásmech.



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Příklad:

Popis	$SCR_{neživotní}$	$SCR_{katastrofy}$	SCR_{natCAT}	$SCR_{(flood,CZ)}$
Základní rovnoměrné rozložení PČ	373 744 261	226 342 327	47 600 367	34 535 919
celková PČ u nejrizikovějšího pásma	407 214 073	272 487 192	159 010 112	155 438 316
celková PČ u 2. nejrizikovějšího pásma	403 293 291	267 254 982	149 867 180	145 723 421
2 nejrizikovější pásma - rovnoměrně rozdělená PČ	389 022 498	247 851 253	111 647 614	106 532 138
1. a 3. nejrizikovější pásma - rovnoměrně rozdělená PČ	395 609 566	256 881 464	130 472 344	126 293 632
10 nejrizikovějších pásem - rovnoměrně rozdělená PČ	380 671 046	236 199 166	82 613 512	75 869 188
celková PČ u nejméně rizikového pásma	372 235 401	224 169 930	35 876 226	12 953 193
2 nejméně riziková pásma - rovnoměrně rozdělená PČ	372 252 196	224 194 163	36 027 334	13 643 193



Podmodul rizika přírodních pohrom

– Analýza:

– Podmodul rizika krupobití:

- situace je rozdílná v tom, že základem pro výpočet ztráty $L_{(hail,CZ)}$ je odhad celkového pojistného z daného druhu pojištění.
- Nebere se tedy v potaz souhrnná velikost pojistných částek a nehledí se ani na pojištěné riziko jako takové.
- „Obezřetnější“ pojišťovna co do velikosti pojistných sazeb tak bude mít danou hodnotu ztráty $L_{(hail,CZ)}$ vyšší.



Podmodul rizika katastrof způsobených člověkem

– Celkový solventnostní kapitálový požadavek:

$$SCR_{mmCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2},$$

- SCR_i představuje jednotlivé solventnostní kapitálové požadavky ze šesti podmodulů, které se vztahují k podmodulu rizika katastrof způsobených člověkem.
- V rámci projektu jsme se zabývali pouze **prvním podmodulem týkajícího se rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel**, ostatní podmoduly buď nehrají v případě tuzemské pojišťovny velkou roli, anebo je kapitálový požadavek stanoven jako dopad realizace scénářů, který je u jednotlivých pojišťoven individuální.



Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

- V tomto podmodulu hraje klíčovou roli **počet vozidel pojištěných pojišťovnou** v rámci pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel:
 - **Pojištěná vozidla jsou rozdělena do dvou skupin**, a to na základě limitu pojistného plnění:
 - první skupina je tvořena vozidly, u nichž je limit pojistného plnění vyšší než 24 mil. EUR, (počet těchto vozidel = N_a)
 - druhá skupina potom vozidly s limitem nižším než 24 mil. EUR (počet = N_b).



Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

– Solventnostní kapitálový požadavek:

- $SCR_{motorCAT}$ je dán jako ztráta primárního kapitálu, která by vyplynula z okamžité ztráty, jež se bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovná (v tisících EUR):

$$L_{motor} = \max \left\{ 6\,000; 50 \cdot \sqrt{N_a + 0,05 \cdot N_b + 0,95 \cdot \min\{N_b; 20\,000\}} \right\}.$$



Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

– Analýza:

- Hodnota ztráty L_{motor} závisí na počtu aut, **není zohledněna skutečná rizikovost** (daná např. věkem řidičů, lokalitou – město, venkov, typem aut atp.) **obsažená v kmenech**.
- **Není zohledněno ani předepsané pojistné** z daného pojistného kmene, to se tak promítne pouze ve velikosti $SCR_{pojistné a rezervy}$.
- Pokud dvě pojišťovny pojistí stejný kmen, ale první bude mít vyšší celkové předepsané pojistné, obě budou mít stejnou hodnotu ztráty L_{motor} , ale ta první bude mít vyšší $SCR_{pojistné a rezervy}$.



Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

– Analýza:

- Otázkou je, jakým způsobem se ze ztráty L_{motor} vyčíslí kapitálový požadavek $SCR_{motorCAT}$.
- Pokud by se bralo v potaz předepsané pojistné z tohoto segmentu, pak by obezřetnější pojišťovna měla nižší $SCR_{motorCAT}$.
- Byl by však po agregaci celkový kapitálový požadavek za podmodul neživotního pojištění $SCR_{neživotní}$ nižší?



Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

– Příklad:

	L_{motor}	$SCR_{poj. a rez.}$	$SCR_{neživotní}$
základní vstupní data	218 095 832	270 461 968	373 744 261
+ 50 tisíc vozidel, včetně zvýšení celkového pojistného	228 302 523	335 638 987	433 888 830
+ 50 tisíc vozidel, při zachování původního celkového pojistného	228 302 523	270 461 968	380 666 620
původní počet vozidel, zvýšení dílčího pojistného o 100 Kč	218 095 832	277 132 529	379 097 604



Modul životního upisovacího rizika

- Modul **životního upisovacího rizika** se skládá z podmodulů:
 - rizika úmrtnosti,
 - rizika dlouhověkosti,
 - rizika invalidity nebo pracovní neschopnosti a nemocnosti,
 - rizika nákladů v životním pojištění,
 - rizika revize,
 - rizika storen,
 - životní katastrofického rizika.



Modul životního upisovacího rizika

- Výpočet solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny:

$$SCR_{\text{životní}} = \sqrt{\sum_{i,j} \text{corr}L_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j},$$

kde

- hodnoty SCR_i označují kapitálové požadavky pro jednotlivé podmoduly,
- $\text{corr}L_{i,j}$ jsou korelační koeficienty mezi SCR pro jednotlivé podmoduly pevně stanovené směrnicí EU.



Modul životního upisovacího rizika

– Výpočet solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny:

- SCR_i pro jednotlivé podmoduly je ve všech podmodulech stanoveno jako **úbytek primárního kapitálu pojišťovny, který by vyplynul z procentních změn měr** (míry úmrtnosti, invalidity, nemocnosti, nákladovosti atp.), které pojišťovna používá při výpočtu **technických rezerv**.



Závěr

- **Největším problémem aplikace standardního vzorce je skutečnost, že ve většině podmodulů nevychází velikost kapitálového požadavku ze skutečně podstoupeného rizika, ale je odvozena od hodnoty pojistného či technických rezerv:**
 - **Ukázali jsme, že pojišťovna, která postupuje obezřetněji při kalkulaci pojistného nebo při stanovení výše technických rezerv, bude mít větší kapitálový požadavek, což byla vlastnost, za kterou byla mj. kritizována nahrazovaná metodika Solvency I.**



Reference

- Cipra, T.: *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Ekopress, Praha 2015.
- Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) č. 35/2015 ze dne 10. října 2014
- Nevídal, O.: *Stanovení solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny v rámci Solvency II*. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2017.



Univerzita Palackého
v Olomouci

Děkuji za pozornost.