Projekt:

Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny v rámci Solvency 2

Finančně podpořený *Nadačním fondem pro podporu vzdělávání v pojišťovnictví* www.nfvp.cz

Řešitelé: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D. (odborný asistent), Mgr. Ondřej Nevídal (student bakalářského a posléze magisterského studia), Mgr. Pavla Rotterová (studentka doktorského studia)

Zpracováno na: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci

Projekt byl realizován ve dvou fázích:

1. fáze: září 2013 – květen 2015

2. fáze: leden 2016 – květen 2017

Výsledné zprávy za jednotlivé fáze jsou zpracovány jako samostatné části.

1. fáze projektu: Problémy s VaR v pojišťovnictví

Kapitálový požadavek na solventnost (Solvency Capital Requirement - *SCR*), uplatněný v rámci koncepce Solvency 2, je založen na předpokladu, že výše kapitálu pojišťovny neumožní s pravděpodobností minimálně 0,995 její ruinování během následujících 12 měsíců. Z hlediska odborné terminologie jde o uplatnění míry rizika nazývané *Hodnota v riziku* (Value at Risk – *VaR*) na hladině 0,995 a časovým horizontem 1 rok. V odborné literatuře zaměřené na problematiku řízení rizik (viz např. [1,6]) je už delší dobu prezentováno, že užití *VaR* pro vyčíslení rizika přináší určité úskalí a problémy, které je třeba brát v úvahu.

Původní cíle projektu:

1) na ilustrativních příkladech z oblasti pojištění poukázat na úskalí a problémy, které sebou může nést užití $VaR_{0,995}$ pro výpočet *SCR*,
2) odvodit alternativní charakteristiky rizikovosti, které by kompetentní osoby dopředu varovaly před možností nastání daných problémů, popř. navrhnout procedury, pomocí kterých půjde zjištěná úskalí či problémy minimalizovat nebo odstranit.

Zaměřili jsme se na pojistné riziko. Při konstrukci ilustrativních příkladů poukazujících na určité problémy jsme jako příslušný kapitálový požadavek založený na hodnotě $VaR_{0,995}$ uvažovali rozdíl:

$$SCR = Q_{0,995} - E(PP),$$

kde $Q_{0,995}$ reprezentuje 0,995-kvantil pojistných plnění v jednom roce a $E(PP)$ představuje očekávanou hodnotu pojistných plnění v jednom roce. V praxi se za $E(PP)$ bere dle případu buď objem netto pojistného nebo nejlepší odhad technických rezerv.

Pro ocenění rizikovosti pojistného kmene jsme využili simulační model, který byl zkonstruován v rámci projektu *Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik* [4]. Zkonstruovali jsme příklady poukazující na následující problémy:

1. *SCR* **celkového pojistného kmene nelze obecně omezit součtem** *SCR* **vyplývajících z dílčích podkmenů** – pokud tedy například pojistitel rozdělí mezi jednotlivé underwritery (pobočky,…) kapitál, vůči kterému mohou upisovat pojistné smlouvy, a jednotlivé dílčí upsané pojistné kmeny budou z hlediska požadavku na kapitál v pořádku, není zaručeno, že celkový pojistný kmen bude požadavek na kapitál splňovat.
2. *SCR* **neposkytuje celkový obraz o podstoupeném riziku** (nedívá se za zvolený horizont pravděpodobnosti) – na příkladech jsme ukázali, že *SCR* může vyjít nižší u potenciálně rizikovějšího pojistného kmene, zkonstruovali jsme i příklad dvou z hlediska rizikovosti zcela odlišných pojistných kmenů, u kterých bude SCR stejné.
3. **Sjednání zajištění nemusí obecně** *SCR* **snížit, naopak jej může navýšit** – zkonstruovali jsme příklad pojistného kmene, kdy je z hlediska výše *SCR* výhodnější

nemít sjednané excedentní zajištění (dá se to ale ukázat i pro jiné typy zajištění vyjma kvótového).

4. **Pozitivně korelovaná pojistná plnění či hromadné škody, povodně, atp. se nemusí v *SCR* naplno projevit** – zkonstruovali jsme příklady, kdy *SCR* v takovýchto případech je nižší, než pokud by škody z daných smluv byly „nezávislé“.

Vybrané příklady k jednotlivým bodům jsou uvedeny v další části. Tyto výsledky byly zpracovány v bakalářské práci studenta Ondřeje Nevídala [3], spoluřešitele projektu, a prezentovány na konferenci *Mathematical Methods in Economics MME 2015*, která se konala v září 2015 v Chebu [5]; sborník příspěvků je indexovaný na *Web of Science*.

Použitý matematický model ve zkonstruovaných příkladech

V příkladech jsme se zaměřili na problematiku **spojenou s vyjádřením rizikovosti pojistného kmene pomocí ukazatele** $VaR_{0,995}$.

Při konstrukci ilustrativních příkladů jsme vyšli z výsledků předchozího projektu *Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik*. [4] V rámci tohoto projektu byl vytvořen **simulační matematický model**, který umožňuje na základě vstupních dat o pojistném kmeni (počet smluv, jednotlivé pojistné částky, jednotlivé PML, pojistné sazby, zařazení jednotlivých smluv do rizikových kategorií, parametry spoluúčastí) vygenerovat zadaný počet scénářů škodních průběhů u jednotlivých smluv a následně pak vyčíslit hodnotu SCR a dalších vybraných charakteristik za celý pojistný kmen. Více viz http://www.nfvp.cz/aplikace-teoretickych-postupu.html

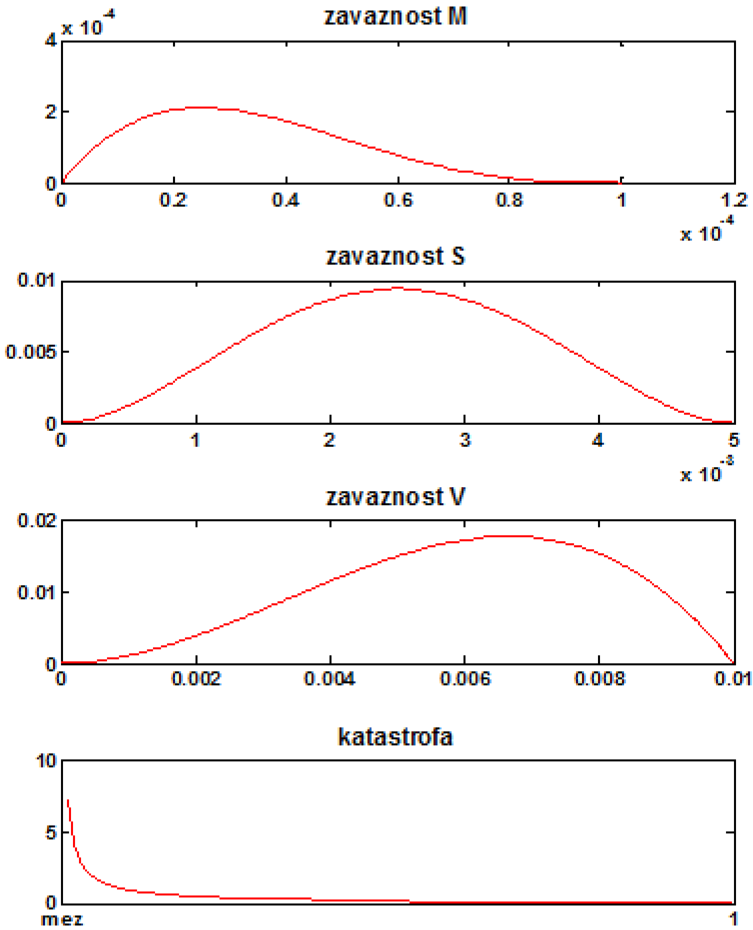
Provizorně je ve výše zmíněném modelu uvažováno **9 rizikových kategorií** daných jako kombinace tří stupňů četnosti škod (pro jednoduchost nazvané malá "M", střední "S" a velká "V") a tří stupňů závažnosti škod (opět malá "M", střední "S" a velká "V")**.** Tato kategorizace a použitá rozdělení pravděpodobnosti pro modelování jednotlivých stupňů četnosti i závažnosti škod jsou čistě ilustrativní.

Stupně četnosti škod jsou modelované Poissonovým rozdělením s třemi různými parametry (M…0,07, S…0,12 a V…0,17). Vygenerované hodnoty u dané smlouvy v jednotlivých scénářích pak představují **počet škod nastalých během jednoho roku**.

Pro modelování rozdělení pravděpodobnosti třech stupňů závažnosti případných škod byl zvolen následující postup: Hodnoty závažnosti škod jsou z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ a představují **hodnotu podílu výše škody na velikosti PML u daného rizika**. Pro každý stupeň byla zvolena maximální hodnota typického rozsahu podílu škody na PML (dále označená jako *mez*) a pravděpodobnost, s jakou bude tato mez překročena:

Stupeň závažnosti	**mez**	**pravděpodobnost překročení meze**
M	0,0001	0,027
S	0,005	0,035
V	0,01	0,05

Překročení meze je pak bráno jako katastrofická událost pro dané riziko (i když daná škoda ve skutečnosti pro pojišťovnu nemusí znamenat realizaci katastrofy). Pro typickou závažnost škody u jednotlivých stupňů závažnosti a pro katastrofickou událost pak byly zvoleny následující rozdělení pravděpodobnosti (beta rozdělení s modifikovanými mezemi):



Při generování celkové výše škod z daného rizika se nejprve vygeneruje počet škod na základě zvoleného stupně četnosti škod, výše jednotlivých škod je pak v závislosti na stupni závažnosti určena tak, že se nejprve zjistí, zda je daná škoda typická nebo zda se jedná o katastrofickou událost, a poté se vygeneruje z příslušného rozdělení hodnota podílu škody na PML, která se vynásobí hodnotou PML u dané smlouvy. Není-li PML zadáno, bere se jako PML hodnota pojistné částky.

Pro snazší a rychlejší práci byly simulační procesy naprogramovány v SW Matlab. Postup byl zvolen takový, že pro jednotlivé kombinace stupňů četnosti a závažnosti byly vygenerovány vzorové roční škodní průběhy s jednotkovým PML (500 tisíc scénářů). Scénáře škodních průběhů konkrétní smlouvy jsou pak získány tak, že se načtou vzorové roční škodní průběhy pro danou kategorii rizikovosti, náhodně se přeuspořádají a vynásobí se hodnotou PML u dané smlouvy. Scénáře škodního průběhu celého pojistného kmene za daný rok (500 tisíc) se pak získají sečtením scénářů škodních průběhů jednotlivých pojistných smluv. Z těchto scénářů se pak spočítají číselné odhady charakteristik: $VaR_{0,995}$, *podmíněný* $VaR_{0,995}$ ($CVaR_{0,995}$), *průměrná škoda* a *směrodatná odchylka*. Pro jednoduchost neuvažujeme parametry spoluúčasti (což by nebyl problém do modelu implementovat).

Vybrané ilustrativní příklady

Při tvorbě ilustrativních příkladů jsme se nejprve zaměřili na problém absence vlastnosti subaditivity. Poté je zkonstruován příklad dvou pojistných kmenů, kde *SCR* vyjde vyšší u objektivně méně rizikového kmene. Následuje příklad ilustrující skutečnost, že za určitých okolností může sjednání excedentního zajištění navýšit *SCR*. Poslední příklad se pak týká případu, kdy může nastat hromadná katastrofická událost.

Kapitálový požadavek *SCR* byl v příkladech vyčíslen jako

$$SCR = Q_{0,995} - PŠ,$$

kde *PŠ* označuje průměrnou škodu.

Absence subaditivity

Absence vlastnosti subaditivity u ukazatele *VaR* znamená, že obecně **kapitálový požadavek vyplývající z celkového pojistného kmene nelze omezit součtem kapitálových požadavků z jednotlivých podkmenů**. Zkonstruovali jsme řadu příkladů různě velikých pojistných kmenů, kdy byla subaditivita porušena, tj. když se spojily dva dílčí pojistné kmeny, tak kapitálový požadavek z celkového pojistného kmene byl větší než součet kapitálových požadavků z dílčích pojistných kmenů. Analyzovali jsme i „indikátory“ upozorňující na nebezpečí nastání této skutečnosti.

Globálně se dá říci, že tento jev může nastat v případě, kdy dílčí pojistné kmeny obsahují riziko (velká pojistná plnění), které se projeví jen s velmi malou pravděpodobností (menší než 0,5 %). Typickým příkladem takových pojistných kmenů jsou nesourodé kmeny co do PML, kdy k převažujícímu množství smluv se zhruba stejným PML je přidáno několik málo smluv nesoucích výrazně větší riziko (viz níže uvedený příklad).

Příklad:

Uvažujme dva identické pojistné kmeny čítající 10 tis. pojistných smluv, z nichž 5 smluv s PML = 16 mil. Kč, ostatní smlouvy PML 100 tis. Kč, rizikovost: četnost M, závažnost V.

	PK_1	PK_2	Součet charakteristik	$PK_1 + PK_2$
$Q_{0,995}$	1 845 454	1 841 161	3 686 616	5 312 638
PŠ	764 507	764 507	1 529 014	1 529 013
SCR	1 080 948	1 076 654	**2 157 602**	**3 783 625**
$CVaR_{0,995}$*	4 885 650	4 890 431	9 776 081	7 645 354

*$CVaR_{0,995}$ = průměrná hodnota škody přesahující $Q_{0,995}$ snížena o *PŠ*.

SCR vyšší u méně rizikového pojistného kmene

Lze zkonstruovat příklady pojistných kmenů, u kterých výsledný kapitálový požadavek vyjde naopak než by bylo žádoucí, tj. nižší u kmene s potenciálně vyšším rizikem.

V příkladu níže jsou uvažovány dva pojistné kmeny, které mají stejnou průměrnou škodu a ne moc odlišnou směrodatnou odchylku škod, jeden kmen je složen z hlediska rizikovosti ze zcela homogenních smluv (parametry rizikovosti a PML), ve druhém kmeni jsou pak smlouvy s nižšími hodnotami PML doplněny o jednu smlouvu s neúměrně vysokou PML.

Příklad:

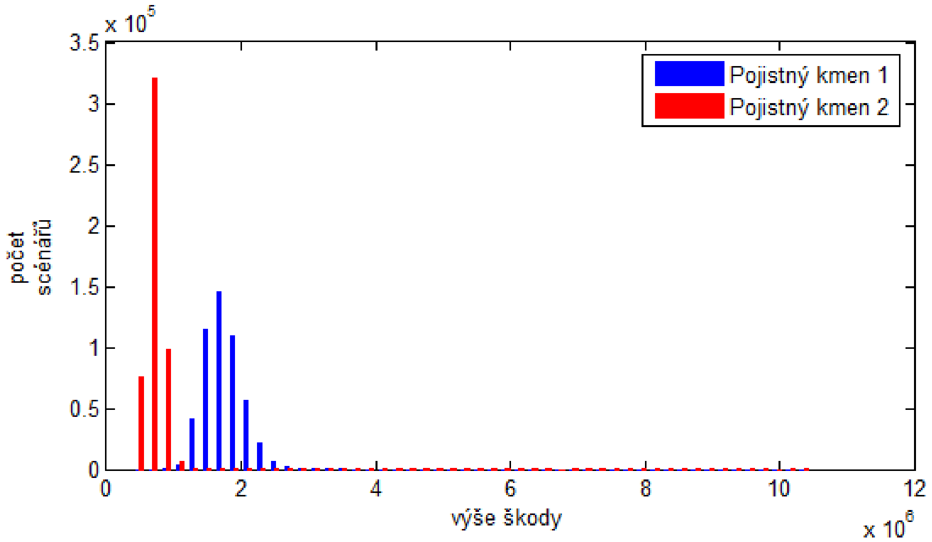
Dva pojistné kmeny čítající 10 tis. smluv.

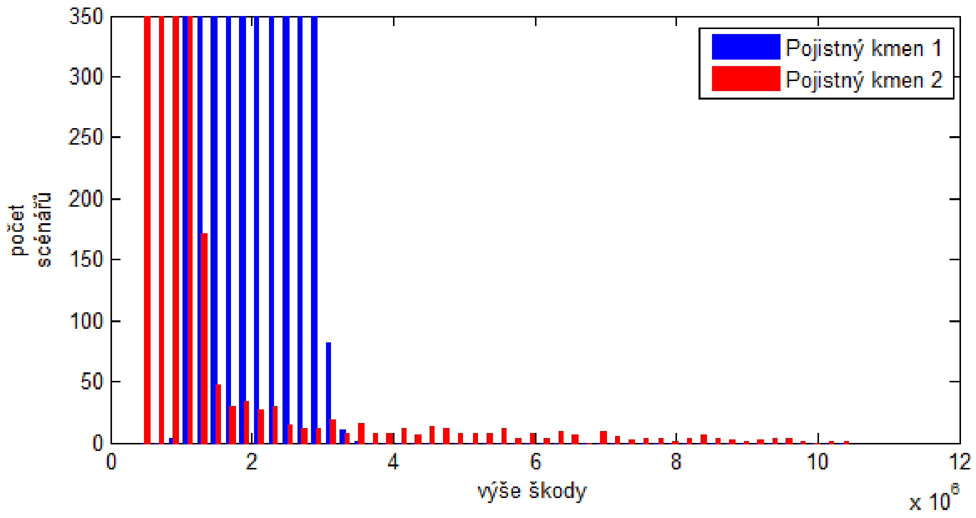
PK1 – všechny smlouvy PML = 250 tis Kč, kategorie rizikovosti: četnost M, závažnost V

PK2 – všechny smlouvy s výjimkou jedné PML = 100 tis Kč, jedna smlouva PML = 16 mil Kč, kategorie rizikovosti: četnost V, závažnost V.

	PK_1	PK_2
$Q_{0,995}$	2 581 232	2 306 083
PŠ	1 744 812	1 738 727
SCR	**836 420**	**567 356**
Směrodatná odchylka	275 692	328 454
$CVaR_{0,995}$	963 535	2 423 363

Kapitálový požadavek *SCR* vyjde vyšší u prvního pojistného kmene, který však lze na základě jiných hledisek považovat za méně rizikový (viz hodnota $CVaR_{0,995}$ nebo směrodatná odchylka). Na následujících dvou obrázcích jsou pro lepší představu znázorněny histogramy nasimulovaných škodních průběhů z jednotlivých kmenů (celkové histogramy a výřez). Z histogramů je patrné, že pojistiteli hrozí z druhého pojistného kmene potenciálně výrazně vyšší ztráta než z prvního pojistného kmene. Ta se však ve $VaR_{0,995}$ neprojeví, protože její pravděpodobnost je velmi malá.





Sjednáním zajištění může dojít k nárůstu *SCR*

Očekávanou vlastností *SCR* je skutečnost, že cedováním rizika by mělo dojít k poklesu pojistně technického rizika (při nárůstu kreditního rizika). V následujícím příkladu uvažujeme zajištění surplus. Ukážeme si, že za určitých okolností může dojít k navýšení *SCR*.

Příklad:

Uvažujme pojistný kmen čítající 1 000 smluv, 997 smluv má PML = 100 tis. EUR, 3 smlouvy PML = 100 mil. EUR. Kategorie rizikovosti: četnost M, závažnost M. Dále uvažujme, že pojistitel má možnost sjednat si excedentní zajištění s vlastním vrubem 100 tis. EUR (pro jednoduchost neuvažujeme zajišťovací provizi ani horní limit plnění zajistitele).

V následující tabulce je ukázáno, že *SCR* v případě sjednání výše uvedeného zajištění vzroste. Je to způsobeno skutečností, že velká rizika, která pojišťovna ceduje (a čímž přijde značnou část pojistného) se v ukazateli *SCR* neprojeví, neboť pravděpodobnost jejich nastání je za daným horizontem 0,5 %. Hodnoty charakteristik $Q_{0,995}$, *PŠ* a $CVaR_{0,995}$ v posledním sloupci jsou očištěné od zajistného plnění.

	Případ bez zajištění surplus	Zajištění surplus
$Q_{0,995}$	144 861	122 828
PŠ	58 949	14 748
SCR	**85 912**	**108 080**
$CVaR_{0,995}$	8 716 490	130 351

Hromadná katastrofická událost se nemusí projevit na *SCR*

Pod hromadnou katastrofickou událostí si můžeme představit například povodně nebo zemětřesení, při kterých se dá očekávat, že škoda nastane u velkého počtu pojistných smluv současně a v rámci jednotlivých smluv bude na horní hranici limitů plnění. Ukážeme si, že pokud je pravděpodobnost takovéto události menší než 0,5 %, v *SCR* se neobjeví.

Příklad:

Uvažujme pojistný kmen čítající 1 000 smluv, všechny smlouvy mají PML = 100 tis. EUR, kategorie rizikovosti: četnost M, závažnost M. V níže uvedené tabulce jsou uvažovány tři případy: V prvním případě jsou škody generovány nezávisle na sobě (neuvažujeme tedy katastrofickou událost). Ve zbylých dvou případech uvažujeme, že může se zadanou pravděpodobností p nastat hromadná katastrofická událost, kdy ze všech smluv v kmeni nastane škoda na úrovni PML. Můžeme vidět, že pokud je $p < 0{,}005$ (zvolili jsme $p = 0{,}0049$), tak se tato událost v *SCR* neprojeví (protože ale bude zahrnuta v *netto pojistném* počítaném jako průměrná škoda, vyjde dokonce *SCR* záporně). Naopak pokud je pravděpodobnost takové události alespoň rovna 0,005, tak bude *SCR* vysoké.

	Nezávislé škody	Katastrofa, p = 0,0049	Katastrofa, p = 0,005
$Q_{0,995}$	122 148	199 938	50 119 266
netto pojistné	14 748	504 748	514 748
SCR	**107 400**	**-304 810**	**49 604 518**

Závěr

Ukazatel *Value at Risk* se ve finančnictví používá už dlouho a jeho nedostatky (stejně jako jeho přednosti) jsou dobře známy. My jsme se v rámci této fáze projektu pokusili ukázat, jak by se jeho známé nedostatky mohly projevit v pojištění, pokud by byl tento ukazatel používán pro určení kapitálového požadavku vyplývajícího z rizika obsaženého v pojistném kmeni.

Z prezentovaných příkladů je patrné, že společným rysem prvních třech zmíněných typů problémů je značně nehomogenní pojistný kmen, kde pojistné částky u některých smluv jsou značně odlišné od ostatních smluv ve kmeni. Ve čtvrtém případě pak pracujeme s extrémně těžkým koncem funkce hustoty celkové škody. Taková situace může v praxi nastat v případě vysoké koncentrace pojištěného majetku/pojištění osob z pohledu geografického rizika nebo z pohledu typu rizika.

Na výše popsanou práci jsme obdrželi posudek od pana Roberta Meixnera ze společnosti KPMG, ve kterém nás upozornil na to, že v té době schválený regulatorní rámec Solventnosti 2 (viz [2]) obsahuje značné množství pokynů, které doplňují základní kalibrační požadavek ($VaR_{0,995}$) a tím překračují jeho omezení. Pojišťovny by měly riziko nehomogenity dat vhodně ošetřit. Stejně tak riziko koncentrace by mělo být v kapitálovém požadavku zahrnuto. V tomto posudku nám bylo jako jeden z možných směrů dalšího směřování projektu doporučeno posoudit adekvátnost tzv. *standardního vzorce* pro stanovení kapitálového požadavku (viz opět [2]), který se většina českých pojišťoven rozhodla využít. Tahle analýza byla pak náplní další fáze projektu.

Literatura

[1] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.–M., Heath, D.: Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* **9** (1999), 203–228

[2] Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) č. 35/2015 ze dne 10. října 2014

[3] Nevídal, O.: *Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny*. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2015.

[4] Pavlačka, O.: Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik. (2011) [online]. Dostupné na: http://www.nfvp.cz/aplikace-teoretickych-postupu.html

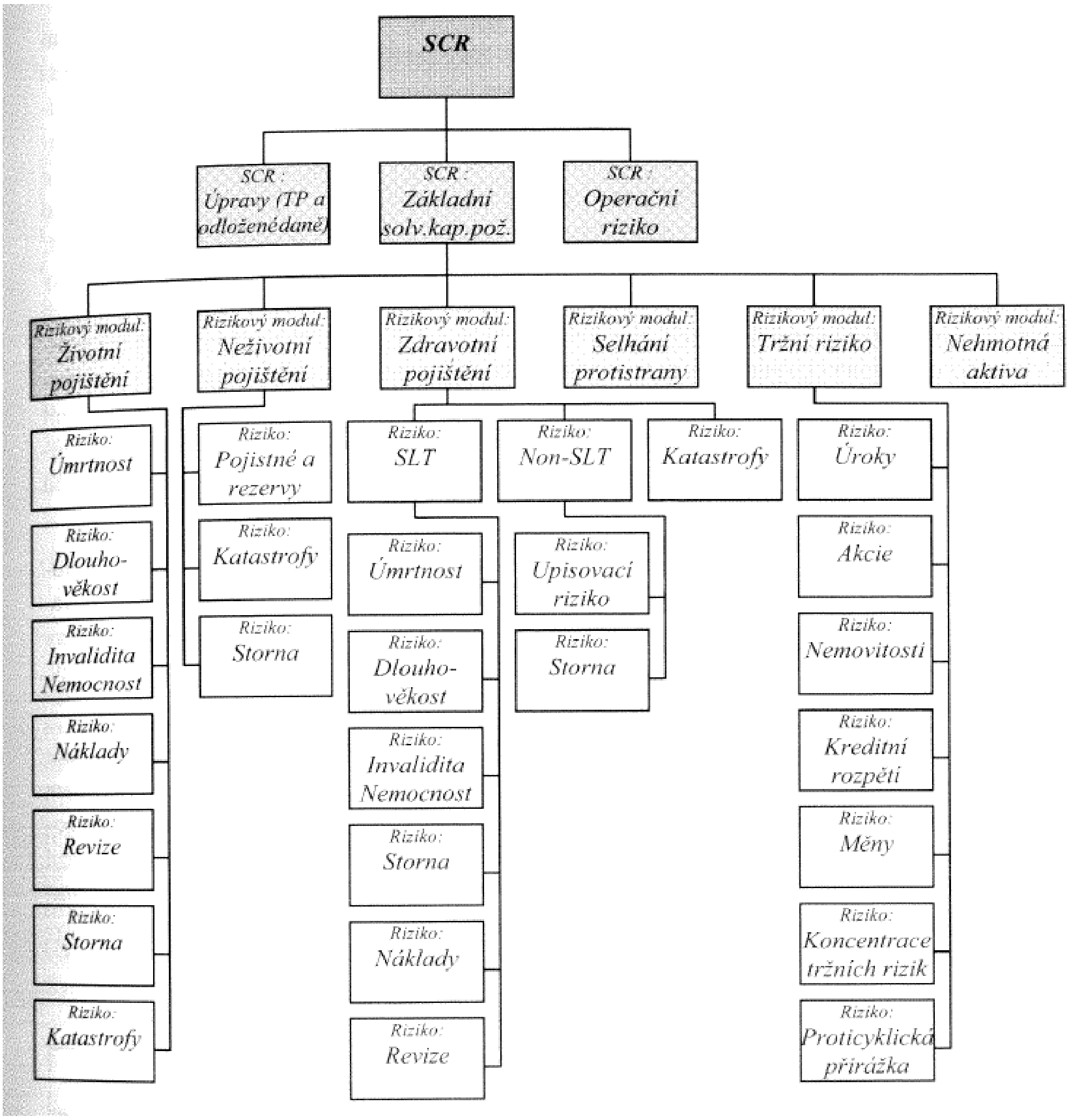
[5] Pavlačka, O., Rotterová, P., Nevídal, O.: Problems Connected with Applying VaR for Determining Solvency Capital Requirement of Insurance Companies. In: *Proceedings of the 33rd International Conference Mathematical Methods in Economics (Eds.: Martinčík, D., Ircingová, J., Janeček, P.), September 9-11, 2015, Cheb, Czech Republic,* Západočeská univerzita, Plzeň, 2015, pp. 612-617.

[6] Strnad, P.: Řízení tržních rizik pomocí Value at Risk – úskalí a problémy. *Economic Review* **1** (2009), 91-102.

2. fáze projektu: Analýza standardního vzorce

Cílem druhé fáze bylo na případových studiích analyzovat vhodnost *standardního vzorce* pro výpočet kapitálového požadavku. Jak je uvedeno v [2]: „Standardní vzorec je kalibrován tak, aby pokryl upisovací, tržní, kreditní a operační riziko se spolehlivostí 99,5 % v ročním horizontu. Je vhodný spíše pro malé a střední společnosti s nepříliš komplikovanou strukturou; proto musí pokrýt potřeby širokého spektra společností, a to s dostatečnou přesností, transparentností a jednoduchostí.“

Standardní vzorec pracuje s předepsanými rizikovými moduly a podmoduly (viz obrázek 1 převzatý z [2]). Jak na úrovni modulů, tak i podmodulů je zohledněn diverzifikační efekt, a to pomocí korelací mezi jednotlivými komponentami.



Obrázek 1: Struktura standardního vzorce pro stanovení kapitálového požadavku SCR (zdroj [2])

Solventnostní kapitálový požadavek *SCR* vypočtený podle standardního vzorce je součtem *základního kapitálového požadavku*, *kapitálovému požadavku k operačnímu riziku* a tzv. *úpravy o schopnost technických rezerv a odložené daňové povinnosti absorbovat ztráty*. V rámci projektu jsme se zaměřili na *základní kapitálový požadavek* BSCR, který se vypočítá následujícím způsobem:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j + SCR_{neh.aktiv}},$$

kde $corr_{i,j}$ představují korelační koeficienty pevně stanovené ve směrnici EU [3], a proměnné SCR_i představují hodnoty solventnostních kapitálových požadavků vypočtených pro jednotlivé rizikové moduly. Modulů je celkem pět (viz schéma výše) a rozdělují rizika, se kterými se pojišťovna setkává, do několika sekcí. Rozlišuje se: *modul neživotního upisovacího rizika, modul životního upisovacího rizika, modul zdravotního upisovacího rizika, modul tržního rizika* a *modul rizika selhání protistrany*. Dále se ve vzorci uvažuje také kapitálový požadavek pro *riziko nehmotných aktiv* $SCR_{neh.aktiv}$.

Vzhledem ke komplexnosti standardního vzorce pro výpočet kapitálového požadavku jsme do analýzy zahrnuli pouze modul *neživotního upisovacího rizika*. Výsledky byly zpracovány v diplomové práci studenta Bc. Ondřeje Nevídala [4], která byla obhájena v květnu 2017.

Modul neživotního upisovacího rizika

Modul neživotního upisovacího rizika se skládá ze tří podmodulů. Těmi jsou *podmodul pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění, podmodul neživotního katastrofického rizika* a *podmodul rizika storen v neživotním pojištění*. Výpočet solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny je v tomto modulu dán následujícím způsobem:

$$SCR_{neživotní} = \sqrt{\sum_{i,j} corrNL_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j},$$

kde hodnoty SCR_i v tomto vzorci označují kapitálové požadavky pro jednotlivé podmoduly a $corrNL_{i,j}$ jsou korelační koeficienty mezi SCR pro jednotlivé podmoduly pevně stanovené směrnicí EU (viz [2,3]).

V rámci projektu jsme analyzovali první dva podmoduly, tj. podmodul rizika pojistného a technických rezerv a podmodul rizika katastrof. Došli jsme k následujícím závěrům (vybrané případové studie k jednotlivým bodům jsou uvedeny v samostatné části později).

1. Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

Tento podmodul kombinuje kapitálové požadavky vůči dvěma hlavním zdrojům upisovacího rizika v neživotním pojištění. *Riziko pojistného* spočívá v potenciální možnosti, že přijaté pojistné nebude pojistiteli stačit na proplacení požadovaného pojistného plnění (implicitně také zahrnuje nákladové riziko). *Riziko rezerv* je způsobeno fluktuacemi v časovém umístění a velikosti pojistného plnění.

Příslušný kapitálový požadavek je dán následovně:

$$SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 3 \cdot \sigma \cdot V, \tag{1}$$

kde V označuje *míru objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění* a σ označuje *směrodatnou odchylku* tohoto rizika. Standardní vzorec tak v tomto případě využívá předpokladu normálního rozdělení pravděpodobnosti budoucích pojistných plnění a hodnotu *Value at Risk* určuje pomocí trojnásobku směrodatné odchylky. Protože je uvažován větší násobek než 2,576, výsledná hodnota by měla být vyšší, než je kvantil 0,995 příslušného normálního rozdělení pravděpodobnosti, a tedy pravděpodobnost, že daný kapitál nebude pojišťovně stačit na pokrytí jejich závazků, by tak měla být nižší než 0,005. Tento fakt zároveň představuje jakousi bezpečnostní přirážku pro případ, že by rozdělení pravděpodobnosti budoucích plnění nebylo normální, ale mělo tzv. „těžký konec“.

Míru objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění V získáme sečtením měr objemu rizika pojistného a technických rezerv V_s v jednotlivých dvanácti stanovených segmentech neživotního pojištění. Segmenty odpovídají jednotlivým odvětvím pojištění, tři segmenty jsou přitom spojeny s aktivním neproporcionálním zajištěním. Uvažujeme-li situaci, že pojišťovna působí pouze v České republice, je pro daný segment s míra rizika pojistného a technických rezerv určena následovně:

$$V_s = V_{pojistné,s} + V_{rezervy,s},$$

kde:

1. *míra objemu pojistného* $V_{pojistné,s}$ v segmentu s je stanovena vzorcem:

   $$V_{pojistné,s} = \max\{P_s; P_{min,s}\} + FP_{souč.,s} + FP_{bud.,s},$$

   kde P_s označuje odhad pojistného, které má pojišťovna nebo zajišťovna získat v segmentu s v následujících dvanácti měsících, $P_{min,s}$ označuje pojistné zasloužené pojišťovnou nebo zajišťovnou v segmentu s v posledních dvanácti měsících, $F_{souč.,s}$ a $F_{bud.,s}$ označují očekávanou současnou hodnotu pojistného, které si má pojišťovna zasloužit v segmentu s, v prvním případě pak ze stávajících smluv po uplynutí následujících dvanácti měsíců, v druhém případě z budoucích smluv uzavřených v následujících dvanácti měsících po uplynutí následujících dvanácti měsíců,

2. *míra objemu rizika technických rezerv* $V_{rezervy,s}$ je rovna diskontovanému nejlepšímu odhadu nesplaceného pojistného plnění v daném segmentu s, a to po odečtení částek, které jsou vymahatelné ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Směrodatná odchylka pro riziko pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění σ je určena následovně:

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \sqrt{\sum_{s,t} corrS_{s,t} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}, \qquad (2)$$

kde s, t označují jednotlivé segmenty, $corrS_{s,t}$ jsou korelační koeficienty mezi jednotlivými segmenty, pevně stanovené směrnicí EU [3], a pro každý segment s platí

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\left(\sigma_{pojistné,s} \cdot V_{pojistné,s}\right)^2 + \sigma_{pojistné,s} \cdot \sigma_{rezervy,s} \cdot V_{pojistné,s} \cdot V_{rezervy,s} + \left(\sigma_{rezervy,s} \cdot V_{rezervy,s}\right)^2}}{V_{pojistné,s} + V_{rezervy,s}}, \qquad (3)$$

přičemž hodnoty $\sigma_{pojistné,s}$ a $\sigma_{rezervy,s}$ jsou opět pevně stanoveny směrnicí EU [3].

Ze vzorce (2) je patrné, že při dosazení směrodatné odchylky σ do předpisu (1) se proměnná V ve vzorci zkrátí. Kapitálový požadavek z rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění je tak určen následovně:

$$SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 3 \cdot \sqrt{\sum_{s,t} corrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}. \qquad (4)$$

Analýza:

Lze snadno ukázat, že $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ je rostoucí funkce míry objemu pojistného a míry objemu technických rezerv:

Bez újmy na obecnosti nyní budeme předpokládat, že pojišťovna provozuje pojištění pouze v jednom segmentu s. Pro přehlednější zápis tentokrát označíme v indexech $pojistné$ zkratkou p a $rezervy$ zkratkou r. Pro výpočet směrodatné odchylky rizika pojistného a technický rezerv daného segmentu s (viz (3)) tak dostaneme vztah:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_p \cdot V_p)^2 + \sigma_p \cdot \sigma_r \cdot V_p \cdot V_r + (\sigma_r \cdot V_r)^2}}{V_p + V_r}.$$

Po následném dosazení do vzorce (2) pro směrodatnou odchylku rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění σ obdržíme:

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \left(\sigma_p^2 \cdot V_p^2 + \sigma_p \cdot V_p \cdot \sigma_r \cdot V_r + \sigma_r^2 \cdot V_r^2\right).$$

Jak již bylo uvedeno, pro velikost výsledného kapitálového požadavku není hodnota proměnné V podstatná, jelikož ve výsledném vzorci zkrátí. Pro solventnostní kapitálový požadavek podmodulu pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění v případě pouze jednoho segmentu s platí dle (4) vztah:

$$SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 3 \cdot \left(\sigma_p^2 \cdot V_p^2 + \sigma_p \cdot V_p \cdot \sigma_r \cdot V_r + \sigma_r^2 \cdot V_r^2\right).$$

$SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ je tedy zadaných předpokladů funkcí dvou proměnných, a to míry objemu rizika pojistného V_p a míry objemu rizika rezerv V_r. Zafixujeme-li například míru objemu rizika rezerv, dostaneme funkci jedné proměnné, pro niž platí, že je rostoucí funkcí pro všechny kladné hodnoty míry objemu rizika pojistného. To si můžeme ověřit derivací:

$$\frac{\mathrm{d}\, SCR_{pojistné\ a\ rezervy}}{\mathrm{d}\, V_p} = 3 \cdot \left(2 \cdot \sigma_p^2 \cdot V_p + \sigma_p \cdot \sigma_r \cdot V_r\right) > 0,$$

přičemž uvedená nerovnost platí pro libovolné kladné hodnoty proměnné V_p a kladné hodnoty parametrů σ_p a σ_r. Když si navíc připomeneme, že míra objemu rizika pojistného V_p je definována jako součet různých typů pojistného, je zřejmé, že s růstem objemu pojistného poroste i kapitálový požadavek. Analogicky jde ukázat, že $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ je rostoucí funkcí i v proměnné V_r. To znamená, že pokud bude pojišťovna obezřetnější při výpočtu technických rezerv, vzroste i její kapitálový požadavek.

Z toho, co jsme uvedli o výpočtu solventnostního kapitálového požadavku v podmodulu pojistného a technických rezerv, je zřejmé, že se nebere v potaz pojištěné riziko jako takové, ale jen výše pojistného a technických rezerv. V případě, že pojišťovna bude stejná rizika pojišťovat za vyšší cenu (např. bude obezřetnější při kalkulaci), bude muset splnit i větší kapitálový požadavek. Na druhou stranu, pokud bude pojišťovna „riskovat“ a bude nabízet pojištění „pod cenou“, tj. bude větší riziko, že inkasované pojistné, popř. i vytvářené technické rezervy nebudou dostatečné, bude její kapitálový požadavek v tomto modulu nižší. S podobným přístupem, kdy kapitálový požadavek vycházel z velikosti předepsaného pojistného a nebral v potaz velikost rizika přijatého do pojištění, jsme se přitom setkávali v nahrazované metodice Solvency I, která za tuto skutečnost byla často kritizovaná.

Sporný je i samotný způsob výpočtu $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ pomocí (1). **Aby měla daná hodnota interpretaci** *Value at Risk* **na hladině 0,995, muselo by pojistné a technické rezervy představovat odhad očekávané současné hodnoty budoucích výdajů bez zahrnutí bezpečnostní přirážky**. Ta totiž de facto navyšuje kapitálový požadavek, místo aby jej snižovala.

Jako další negativum uvedeného postupu stanovení hodnoty $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ můžeme uvést skutečnost, že **není nijak zohledněn počet smluv v pojistném kmeni**. Přitom je z pojistné teorie známé (viz např. [1,2]), že *riziko pojistného* (vyjádřeného jako směrodatná odchylka kolísání pojistného kolem jeho střední hodnoty) se s růstem počtu uzavřených smluv snižuje. Ve standardním vzorci jsou však koeficienty znázorňující směrodatné odchylky v jednotlivých segmentech stanoveny fixně v procentech z objemu pojistného, tedy bez ohledu na případný počet smluv v kmeni.

Příklad ilustrující tyto problémy je uveden v části *Ilustrativní příklady*.

2. Podmodul rizika katastrof

Podmodul neživotního katastrofického rizika v sobě zahrnuje další čtyři podmoduly. Těmi jsou *podmodul rizika přírodních pohrom* (SCR_{natCAT}), *podmodul katastrofického rizika při neproporciálním zajištění pojištění majetku* ($SCR_{NPproperty}$), *podmodul rizika katastrof způsobených člověkem* (SCR_{mmCAT}) a *podmodul jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění* ($SCR_{otherCAT}$). Solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul neživotního katastrofického rizika dostaneme použitím následujícího vzorce:

$$SCR_{katastrofy} = \sqrt{(SCR_{natCAT} + SCR_{NPproperty})^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{otherCAT}^2}.$$

Dále jsme se zabývali podmodulem rizika přírodních pohrom a podmodulem rizika katastrof způsobených člověkem.

2a) Podmodul rizika přírodních pohrom

Jak již název napovídá, do tohoto podmodulu jsou řazena rizika, u nichž je prvotním činitelem příroda. Podmodul pokrývá riziko vichřice, zemětřesení, povodně, krupobití a také rizika sesuvu nebo poklesu půdy. U prvních tří zmíněných rizik je postup výpočtu obecně velmi podobný, my si jej tedy představíme na riziku povodně. Poslední zmíněné riziko sesuvu nebo poklesu půdy je v tomto podmodulu řešeno pouze pro Francii, proto jej dále nebudeme uvažovat.

Podmodul rizika povodně

Stejně jako další složky podmodulu rizika přírodních pohrom, má i podmodul rizika povodně svůj specifický postup výpočtu solventnostního kapitálového požadavku. Postup výpočtu, který je pro riziko povodně používán, si představíme na regionu Česká republika. V ostatních regionech je postup obdobný.

Region Česká republika je rozdělen na 59 rizikových pásem podle poštovních směrovacích čísel, přesněji podle jejich prvního dvojčíslí. Každému rizikovému pásmu je přidělena riziková váha. Jako příklad můžeme uvést rizikovou váhu rizikového pásma 57, jehož poštovní směrovací číslo začíná dvojčíslím 77 (Olomouc). Riziková váha tohoto pásma je 4,8, což je nejvyšší hodnota z celého regionu. Naopak nejnižší riziková váha 0,4 je přidělena rizikovému pásmu 4, pod kterým se skrývá Praha 3.

Při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku pro riziko povodně se nejdříve určí pojistná částka pro riziko povodně pro jednotlivé regiony i. Ta je podle vzorce

$$SI_{(flood,CZ,i)} = SI_{(property,CZ,i)} + SI_{(onshore-prperty,CZ,i)} + 1{,}5 \cdot SI_{(motor,CZ,i)}$$

rovna součtu pojistných částek pojišťovny při pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku včetně proporcionálního zajištění ($SI_{(property,CZ,i)}$), pojištění námořní a letecké dopravy a přepravy ($SI_{(onshore-property,CZ,i)}$) a ostatního pojištění motorových vozidel ($SI_{(motor,CZ,i)}$) vynásobené koeficientem 1,5.

Získané pojistné částky pojišťovny se vynásobí příslušnou rizikovou váhou $W_{(flood,CZ,i)}$ pro riziko povodně

$$WSI_{(flood,CZ,i)} = W_{(flood,CZ,i)} \cdot SI_{(flood,CZ,i)},$$

čímž dostaneme váženou pojistnou částku pro riziko povodně v konkrétním regionu i $WSI_{(flood,CZ,i)}$. V další fázi výpočtu se určí takzvaná zjištěná ztráta $L_{(flood,CZ)}$ podle vzorce

$$L_{(flood,CZ)} = Q_{(flood,CZ)} \cdot \sqrt{\sum_{i,j} corr_{(flood,CZ,i,j)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)}},$$

kde $Q_{(flood,CZ)}$ označuje rizikový faktor pro riziko povodně pro Českou republiku a $corr_{(flood,CZ,i,j)}$ je korelační koeficient pro riziko povodně v rizikových pásmech i a j. Rizikový faktor je pro Českou republiku stanoven na hodnotu 0,3 %. Korelační koeficienty jsou dány korelační maticí, která je uvedena ve směrnici EU [3].

Zjištěná ztráta je využita k výpočtu solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny při dvou různých scénářích:

V prvním scénáři, který budeme značit písmenem A, se solventnostní kapitálový požadavek ($SCR_{(flood,CZ,A)}$) rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 65 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice a ztráty ve výši 45 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice. Obě tyto ztráty jsou bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Ve druhém scénáři, který označíme písmenem B, se solventnostní kapitálový požadavek ($SCR_{(flood,CZ,B)}$) rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 100 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice a ztráty ve výši 10 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice. Obě tyto ztráty jsou opět bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Výsledná hodnota solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny pro riziko povodně v České republice ($SCR_{(flood,CZ)}$) je dána jako větší z kapitálových požadavků $SCR_{(flood,CZ,A)}$ a $SCR_{(flood,CZ,B)}$, tj.

$$SCR_{(flood,CZ)} = \max\{SCR_{(flood,CZ,A)}, SCR_{(flood,CZ,B)}\}.$$

V regionu Česká republika je výpočet solventnostních kapitálových požadavků pro rizika zemětřesení a vichřice prakticky stejný jako pro riziko povodně. Odlišnost spočívá ve volbě korelačních matic, rizikových vah jednotlivých rizikových pásem a rizikového faktoru Q. Další odlišností je potom výpočet pojistných částek $SI_{(windstorm,CZ,i)}$ a $SI_{(earthquake,CZ,i)}$, do kterých se na rozdíl od podmodulu rizika povodně nezapočítávají pojistné částky ostatního pojištění motorových vozidel. Jiná je situace v případě rizika krupobití.

Podmodul rizika krupobití

V případě podmodulu rizika krupobití se pro Českou republiku a některé další regiony pro výpočet okamžité ztráty používá zjednodušený vzorec, a to ve tvaru:

$$L_{(hail,CZ)} = 0{,}3 \cdot P_{hail},$$

kde P_{hail} je odhad celkového pojistného, jež má pojišťovna nebo zajišťovna získat z pojištění pro případ požáru, pojištění námořní a letecké dopravy a přepravy a ostatního pojištění motorových vozidel, pouze však z takových pojistných smluv, která kryjí riziko krupobití. Solventnostní kapitálový požadavek je potom roven ztrátě primárního kapitálu, která by z této okamžité ztráty vyplynula.

Solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul rizika přírodních pohrom je pak určen následovně:

$$SCR_{natCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2},$$

kde i je index označující jednotlivé podmoduly podmodulu rizika přírodních pohrom, tedy povodně, vichřice, zemětřesení a krupobití.

Analýza:

Při naší analýze jsme se potýkali s problémem, jak správně vyčíslit kapitálový požadavek z jednotlivých podmodulů, který je v tomto případě dán jako ztráta primárního kapitálu vyplývající z daných scénářů. Předpokládáme, že výsledný kapitálový požadavek bude v jednotlivých podmodulech menší než vypočtená ztráta L, neboť pojišťovna uplatní případná sjednaná zajištění a nejspíše půjde vzít v potaz i zasloužené netto pojistné z daného druhu pojištění (tohle se nám nepodařilo dohledat). Protože tohle je u jednotlivých pojišťoven různé, zaměřili jsme se na samotný způsob vyčíslení velikosti ztráty L v daných scénářích, od které se pak odvíjí ztráta primárního kapitálu.

Vzhledem k podobnosti způsobů stanovení L v jednotlivých podmodulech jsme se zaměřili na **podmodul rizika povodní**. Nedostatkem zde je, že se při výpočtu hodnoty ztráty $L_{(flood,CZ)}$ nezohledňuje skutečná rizikovost pojištěných objektů, vyjádřená např. ve formě povodňové zóny, ale jen rizikové pásmo (lokalita daná PSČ), ve kterém je pojištěný objekt umístěn. Hodnota $L_{(flood,CZ)}$ je navíc určena čistě pomocí pojistných částek jednotlivých pojištěných objektů, nebere se v potaz pojistné, které pojistitel inkasuje. To znamená, že pokud skutečnou rizikovost pojištěných subjektů pojistitel zohlední pomocí pojistných sazeb, na hodnotu $L_{(flood,CZ)}$ to nebude mít vliv. Lze si přitom snadno představit dva pojistné kmeny se stejně velikou celkovou pojistnou částkou a stejně rozmístěnými pojištěnými objekty z hlediska rizikových pásem ve standardním vzorci, které ale budou mít zcela rozdílnou rizikovost z hlediska umístění pojištěných objektů v jednotlivých povodňových zónách. Případné vyšší pojistné inkasované pojišťovnou u více rizikového kmene by se pak promítlo pouze ve vyšší hodnotě $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$, popř. pokud by se pojistné bralo v potaz (viz naše spekulace výše) při vyčíslení $SCR_{(flood,CZ)}$ ve smyslu, že by snižovalo ztrátu primárního kapitálu, tak by ve skutečnosti rizikovější kmen měl dokonce nižší kapitálový požadavek v rámci tohoto podmodulu, jelikož pojišťovna by inkasovala větší pojistné.

Dále jsme u podmodulu rizika povodní analyzovali vliv rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem na výslednou hodnotu $L_{(flood,CZ)}$ a následně i hodnoty SCR u nadřazených modulů. Došli jsme k následujícím závěrům (ilustrační numerické příklady jsou k nalezení v samostatné části): Jednoznačně nejhorší je případ, kdy jsou všechny pojištěné objekty umístěny výhradně v jednom z nejvíce rizikových pásem co do velikosti váhy $W_{(flood,CZ,i)}$, popř. v několika zkorelovaných nejvíce rizikových pásmech, jinak $L_{(flood,CZ)}$ velmi rychle klesá. Naopak rozdíl mezi situací, kdy jsou pojistné částky rozložené zcela rovnoměrně (tj. hodnoty $SI_{(flood,CZ,i)}$ jsou podobné), a situací, kdy jsou pojištěny objekty výhradně v jedné z nejméně rizikových oblastí, je skoro zanedbatelný. Z toho vyplývá, že **pokud chce pojišťovna minimalizovat kapitálový požadavek, nemá smysl se soustředit na pojišťování objektů v nejnižším rizikovém pásmu, stačí dbát na diverzifikaci**, tj. mít jednotlivé souhrnné pojistné částky $SI_{(flood,CZ,i)}$ pokud možno rovnoměrně rozložené ve více rizikových pásmech.

U **podmodulu rizika krupobití** je situace rozdílná v tom, že základem pro výpočet ztráty $L_{(hail,CZ)}$ je odhad celkového pojistného z daného druhu pojištění. Nebere se tedy v potaz souhrnná velikost pojistných částek a nehledí se ani na pojištěné riziko jako takové, „obezřetnější“ pojišťovna co do velikosti pojistných sazeb tak bude mít danou hodnotu ztráty $L_{(hail,CZ)}$ vyšší.

2b) Podmodul rizika katastrof způsobených člověkem

Celkový solventnostní kapitálový požadavek za podmodul rizika katastrof způsobených člověkem získáme použitím následujícího vzorce:

$$SCR_{mmCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2},$$

kde SCR_i představuje jednotlivé solventnostní kapitálové požadavky ze šesti podmodulů, které se vztahují k podmodulu rizika katastrof způsobených člověkem. V rámci projektu jsme se zabývali pouze prvním podmodulem týkajícího se rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel, ostatní podmoduly buď nehrají v případě tuzemské pojišťovny velkou roli, anebo je kapitálový požadavek stanoven jako dopad realizace scénářů, který je u jednotlivých pojišťoven individuální. **Obecně lze jen poznamenat, že je zajímavé, že výše ztráty je v těch ostatních podmodulech odvozena na základě předepsaného pojistného, nikoli na základě pojistných částek či limitů pojištění.**

Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

V tomto podmodulu hraje klíčovou roli počet vozidel pojištěných pojišťovnou v rámci pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel. Ta jsou rozdělena do dvou skupin, a to na základě limitu pojistného plnění. První skupina je tvořena vozidly, u nichž je limit pojistného plnění vyšší než 24 mil. EUR, druhá skupina potom vozidly s limitem nižším než 24 mil. EUR. Počet vozidel náležejících do první skupiny označme N_a, počet vozidel patřících do druhé skupiny potom N_b. Kapitálový požadavek pro tento podmodul $SCR_{motorCAT}$ je dán jako ztráta primárního kapitálu, která by vyplynula z okamžité ztráty, jež se bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovná (v tisících EUR):

$$L_{motor} = \max\left\{6\,000;\ 50\ \cdot\ \sqrt{N_a + 0{,}05\ \cdot N_b + 0{,}95 \cdot \min(N_b; 20\,000)}\right\}. \qquad (5)$$

Okamžitá ztráta je tedy nejméně rovna 6 miliónům EUR, a to bez ohledu na počet pojištěných vozidel.

Analýza:

Hodnota ztráty L_{motor} závisí na počtu aut, není zohledněna skutečná rizikovost (daná např. věkem řidičů, lokalitou – město, venkov, typem aut atp.) **obsažená v kmeni**. Není zde zohledněno ani předepsané pojistné z daného pojistného kmene, to se tak promítne pouze ve velikosti $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$. Znamená to, že pokud dvě pojišťovny pojistí stejný kmen, ale první bude mít vyšší celkové předepsané pojistné (bude obezřetnější), obě budou mít stejnou hodnotu ztráty L_{motor}, ale ta první bude mít vyšší $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$. Otázkou pak je, jakým způsobem se ze ztráty L_{motor} vyčíslí kapitálový požadavek $SCR_{motorCAT}$. Pokud by se bralo v potaz předepsané pojistné z tohoto segmentu (viz spekulace výše), pak by obezřetnější pojišťovna měla naopak nižší $SCR_{motorCAT}$. Otázkou ovšem je, jestli by po agregaci celkový kapitálový požadavek za podmodul neživotního pojištění $SCR_{neživotní}$ byl nižší, což by měl. Pokud se předepsané pojistné brát v potaz nebude, bude $SCR_{neživotní}$ větší u první, obezřetnější, pojišťovny. Problém ilustrujeme na numerickém příkladu později.

Dále si zde popíšeme podmoduly, které budou uvažovány v níže uvedených příkladech. Vynecháme *podmodul námořních rizik* a *podmodul úvěrových rizik a rizik spojených se zárukou* jsme do příkladů nezahrnuli.

Podmodul leteckých rizik

U podmodulu leteckých rizik je požadavek na kapitál určen jako ztráta primárního kapitálu plynoucí z okamžité ztráty, jež je bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovna maximu ze všech pojistných částek SI_a:

$$L_{aviation} = \max_a(SI_a),$$

kde SI_a je pojistná částka letadla a pojištěného v rámci pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy a také proporciálního a neproporciálního zajištění vztahujícího se k tomuto druhu pojištění.

Podmodul požárních rizik

Stejně jako tomu bylo u předchozích podmodulů, je i zde základem pro výpočet kapitálového požadavku okamžitá ztráta. Okamžitou ztrátu u podmodulu požárních rizik určíme jako součet pojistného z jednotlivých pojistných smluv (bez částek vymahatelných ze zajistných smluv), které se vztahuje k takzvané největší koncentraci požárního rizika. Největší koncentrací požárního rizika rozumíme soubor budov s nejvyšším pojistným, přičemž pro tyto budovy musí platit, že jsou zčásti nebo zcela v okruhu dvou set metrů a současně má pojistitel nebo zajistitel závazky ke každé z budov z pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku a k němu příslušného proporciálního neživotního zajištění. Solventnostní kapitálový požadavek je potom roven ztrátě primárního kapitálu, který plyne z takovéto okamžité ztráty.

Podmodul odpovědnostních rizik

Oproti předchozím podmodulům je výpočet solventnostního kapitálového požadavku u podmodulu odpovědnostních rizik o něco komplikovanější. Metodika Solvency 2 rozděluje odpovědnostní rizika do pěti různých skupin, které jsou detailně popsány v [3]. Pro každou skupinu zvlášť se nejdříve určí okamžitá ztráta, která je rovna:

$$L_{(liability,i)} = f_{(liability,i)} \cdot P_{(liability,i)}.$$

Ve vzorci se setkáváme s proměnnou $P_{(liability,i)}$, což je hrubé pojistné bez odečtení pojistného ze zajistných smluv, jež má pojistitel či zajistitel získat během následujících 12 měsíců ve spojitosti s pojistnými a zajistnými závazky z dané skupiny odpovědnostních rizik i. $f_{(liability,i)}$ je označení rizikového koeficientu dané skupiny odpovědnostních rizik i. Tyto rizikové koeficienty jsou opět pevně stanoveny směrnicí EU [3].

Solventnostní kapitálový požadavek pro jednotlivé skupiny odpovědnostních rizik i následně dostaneme už nám dobře známým postupem, a to jako ztrátu primárního kapitálu vyplývající z okamžité ztráty $L_{(liability,i)}$, a to opět bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek. Předpokládá se přitom, že ztráta primárního kapitálu ze skupiny odpovědnostních rizik i je způsobena počtem n_i pojistných plnění a ztráty způsobené těmito pojistnými plněními můžeme považovat za reprezentativní pro činnost daného pojistitele nebo zajistitele a v součtu představují ztráty ze skupiny odpovědnostních rizik i. Počet pojistných plnění n_i je určen vztahem:

$$n_i = \frac{f_{(liability,i)} \cdot P_{(liability,i)}}{1{,}15 \cdot Lim_{(i,1)}},$$

kde $P_{(liability,i)}$ a $f_{(liability,i)}$ již byly definovány výše a $Lim_{(i,1)}$ je nejvyšší hranice odškodnění, které poskytuje pojišťovna nebo zajišťovna v rámci odpovědnostního pojištění v i-té skupině odpovědnostních rizik. Protože tento výpočet nezaručuje, že dospějeme k celému číslu, je nutné jej ještě zaokrouhlit nahoru na celé číslo.

Nakonec ještě solventnostní kapitálové požadavky získané pro každou ze skupin odpovědnostních agregujeme pomocí vztahu:

$$SCR_{liability} = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{(liability,i,j)} \cdot SCR_{(liability,i)} \cdot SCR_{(liability,j)}},$$

čímž získáme celkový solventnostní kapitálový požadavek k odpovědnostnímu riziku. Korelační koeficienty $corr_{(liability,i,j)}$ mezi skupinami odpovědnostních rizik i a j jsou opět pevně dány směrnicí EU [3].

Ilustrativní příklady

V této části budou ukázány numerické příklady zkonstruované studentem Ondřejem Nevídalem v rámci jeho diplomové práce [4] ilustrující vybrané problémy související s aplikací standardního vzorce pro stanovení kapitálového požadavku, které byly popsané v předchozí části.

Nejprve si uvedeme příklad na porovnání rizikovosti dvou pojistných kmenů, jejichž celkové rizikové pojistné (součet rizikového pojistného ze všech pojistných smluv) bude stejné, pojistné kmeny se však budou lišit počtem pojistných smluv. Motivací ke zkoumání této situace je *podmodul rizika pojistného a technických rezerv* v neživotním pojištění.

Poté budou následovat příklady ilustrující vybrané problémy diskutované v předchozí části týkající se podmodulu *rizika katastrof*.

Srovnání rizikovosti různých pojistných kmenů se stejným rizikovým pojistným

Při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ se nebere v potaz velikost pojistného kmene (počet smluv) ani jeho struktura. Setkáváme se pouze s velmi obecným požadavkem na homogenitu pojistného kmene. Ukážeme si, že při zachování stejné výše celkového pojistného nejsou homogenní pojistné kmeny s různým počtem pojistných smluv stejně rizikové. K vyjádření rizikovosti pojistného kmene budeme používat míru rizika *Value at Risk* na hladině 0,995, a to s ohledem na to, že je na ní založeno i stanovení kapitálového požadavku v podmodulu *rizika pojistného a technických rezerv* v rámci standardního vzorce.

Idea bude taková, že budeme uvažovat dva homogenní pojistné kmeny, které budou tvořeny vždy identickými pojistnými smlouvami se stejnou pojistnou částkou. Druhý kmen, tzv. *odvozený kmen*, bude obsahovat dvojnásobný počet smluv než první kmen, tzv. *základní kmen*. Pojistná částka u smluv v odvozeném kmeni bude přitom zvolena tak, aby předepsané *rizikové pojistné* (tedy *nettopojistné* plus *bezpečnostní přirážka*) bylo za oba kmeny zhruba stejné. Bezpečnostní přirážka bude určena pomocí *principu směrodatné odchylky*, který bývá v praxi nečastější. V příkladu budeme uvažovat pět úrovní bezpečnostní přirážky, v podobě celočíselných násobků směrodatné odchylky výše celkových plnění.

V příkladu budeme přepokládat normální rozdělení pravděpodobnosti celkových pojistných plnění. Částečně využijeme zadání příkladu 16.6.1 z literatury [1].

Nejprve budeme uvažovat pojistný kmen, který obsahuje 44 500 smluv. Pojistná částka S_1 je u všech smluv tohoto pojistného kmene stanovena na 300 000 Kč. Roční nettopojistné na jednu pojistnou smlouvu je $P = 1\ 827{,}2$ Kč. Vzhledem k tomu, že v pojistném kmeni máme celkem 44 500 smluv, je celkového nettopojistné za pojistný kmen (NP_1) získáno následovně:

$$NP_1 = N \cdot P = 44\ 500 \cdot 1827{,}2 = 81\ 310\ 400 \text{ Kč}.$$

Směrodatná odchylka výše škody na jednu pojistnou smlouvu je $s = 19\ 060{,}9$. Směrodatnou odchylku celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v pojistném kmeni pak získáme

$$R_1 = \sqrt{N} \cdot s = \sqrt{44\ 500} \cdot 19\ 060{,}87 = 4\ 020\ 894{,}9.$$

Celková pojistná plnění v základním pojistném kmeni (PP_1) tak mají normální rozdělení pravděpodobnosti se střední hodnotou NP_1 a směrodatnou odchylkou R_1. Nyní si pro $k = 0, 1, 2, 3, 4$, zavedeme proměnné

$$v_{1,k} = PP_1 - NP_1 - k \cdot R_1.$$

Tyto proměnné budeme označovat jako *technickou ztrátu*. Představují buďto přebytek rizikového pojistného nad celkovou škodou v případě záporného výsledku, nebo nedostatek rizikového pojistného, pokud celková škoda převyšuje inkasované rizikové pojistné.

Dle předpokladů mají proměnné $v_{1,k}$ rovněž normální rozdělení pravděpodobnosti. *Value at Risk* na hladině 0,995 (označíme ji $VaR_{1,k}$) tak určíme jako 0,995-kvantil. VaR_{1k} můžeme vnímat jako teoretickou výši kapitálu, kterou by regulátor po pojišťovně při dané volbě k požadoval. Výsledné hodnoty kvantilů pro jednotlivá k uvedeme pro lepší srovnání až na závěr tohoto příkladu.

V odvozených pojistných kmenech se budeme snažit, jak již bylo zmíněno výše, zachovat celkový objem rizikového pojistného za pojistný kmen. V našem příkladu jsme se rozhodli v odvozených kmenech pro dvojnásobný počet pojistných smluv oproti základnímu, tedy 89 000. Prvním krokem bude určení pojistných částek $S_{2,k}$ pro pojistné smlouvy odvozených pojistných kmenů. Je dobré si uvědomit, že výsledem teď nebude pouze jedna pojistná částka, nýbrž hned pět. Pojistná částka totiž bude závislá na volbě násobku směrodatné odchylky celkové škody v prvním pojistném kmeni. K výpočtu pojistných částek u smluv v odvozených kmenech využijeme skutečnosti, že pro výpočet rizikového pojistného se v případě pojistného kmene s jinou pojistnou částkou změní nettopojistné P i směrodatná odchylka výše škody z jedné pojistné smlouvy s v poměru $S_{2,k}$ ku S_1. Při odvození pojistné částky pro pojistný kmen s dvojnásobným počtem pojistných smluv oproti základnímu pojistnému kmeni nám tedy musí platit rovnost:

$$2N \cdot \frac{S_{2,k}}{S_1} \cdot P + k \cdot \sqrt{2N} \cdot \frac{S_{2,k}}{S_1} \cdot s = N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s, \tag{6}$$

která nám zaručí, že celkové rizikové pojistné bude stejné pro základní (pravá strana rovnice) i odvozené pojistné kmeny (levá strana rovnice). My z uvedené rovnice (6) potřebujeme vyjádřit pojistné částky $S_{2,k}$ pro smlouvy v odvozených pojistných kmenech. Ty jsou po úpravách určeny následovně:

$$S_{2,k} = S_1 \cdot \frac{N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s}{2N \cdot P + k \cdot \sqrt{2N} \cdot s}. \tag{7}$$

Z předpisu je vidět, že pokud bychom uvažovali pouze nettopojistné (případ $k = 0$), byla by pojistná částka $S_{2,0}$ pojistných smluv odvozeného pojistného kmene rovna přímo pojistné částce základního pojistného kmene podělené dvěma. Pokud však uvažujeme rizikové pojistné, takto snadno pojistnou částku $S_{2,k}$ již určit nemůžeme. Postupným dosazováním do vztahu (7) za k dostaneme následující pojistné částky: $S_{2,0} = 150\,000$, $S_{2,1} = 152\,099$, $S_{2,2} = 154\,061$, $S_{2,3} = 155\,899$, $S_{2,4} = 157\,624$. Právě vypočítané pojistné částky použijeme pro přepočet celkového nettopojistného v odvozených pojistných kmenech ($NP_{2,k}$). Použijeme k tomu následující vzorec:

$$NP_{2,k} = \frac{89\,000 \cdot S_{2,k} \cdot 1827{,}2}{300\,000},$$

a dostaneme přibližně následující celkové nettopojistné za odvozené pojistné kmeny: $NP_{2,0} = 81\,310\,400$ Kč, $NP_{2,2} = 83\,511\,830$ Kč, $NP_{2,3} = 84\,508\,041$ Kč a $NP_{2,4} = 85\,443\,131$ Kč. Pro úplnost si můžeme uvést, jak se nám změnilo nettopojistné na jednu pojistnou smlouvu: $P_0 = 913{,}6$ Kč, $P_1 = 926{,}4$ Kč, $P_2 = 938{,}3$ Kč, $P_3 = 949{,}5$ Kč a $P_4 = 960{,}0$ Kč. Toto pojistné však při dalších výpočtech potřebovat nebudeme.

Dále je potřeba určit směrodatné odchylky celkové škody ze všech pojistných smluv v těchto kmenech ($R_{2,k}$). Nejdříve vypočítáme směrodatné odchylky výše škod na jednu pojistnou smlouvu ($s_{2,k}$). Získáme je tak, že vynásobíme původní směrodatnou odchylku s poměrem nové pojistné částky k původní pojistné částce:

$$s_{2,k} = \frac{S_{2,k}}{S_1} \cdot s = \frac{S_{2,k}}{300\,000} \cdot 19\,060{,}9.$$

Výsledkem jsou pak směrodatné odchylky $s_{2,0} = 9\,530{,}4$; $s_{2,1} = 9\,665{,}3$; $s_{2,2} = 9\,791{,}3$; $s_{2,3} = 9\,909{,}2$ a $s_{2,4} = 10\,019{,}8$. Vynásobením směrodatných odchylek výše škody na jednu pojistnou smlouvu druhou odmocninou z počtu smluv se dostaneme ke směrodatným odchylkám celkové škody pro všechny pojistné smlouvy: $R_{2,0} = 2\,843\,206{,}5$; $R_{2,1} = 2\,882\,992{,}5$; $R_{2,2} = 2\,920\,181{,}6$; $R_{2,3} = 2\,955\,020{,}4$; $R_{2,4} = 2\,987\,717{,}3$.

Celková pojistná plnění z odvozených pojistných kmenů ($PP_{2,k}$) mají pro $k = 0, \ldots, 4$ též normální rozdělení pravděpodobnosti, s parametry $NP_{2,k}$ a $R_{2,k}$. U základního pojistného kmene jsme zavedli proměnnou *technická ztráta*. V případě odvozených pojistných kmenů její hodnotu vypočítáme obdobně:

$$v_{2,k} = PP_{2,k} - NP_{2,k} - k \cdot R_{2,k}.$$

Proměnné $v_{2,k}$ mají rovněž normální rozdělení pravděpodobnosti, hodnoty *Value at Risk* na hladině 0,995 ($VaR_{2,k}$) tak získáme jako 0,995-kvantily. V následující tabulce si uvedeme vypočtené hodnoty $VaR_{1,k}$ a $VaR_{2,k}$ pro základní a odvozené pojistné kmeny.

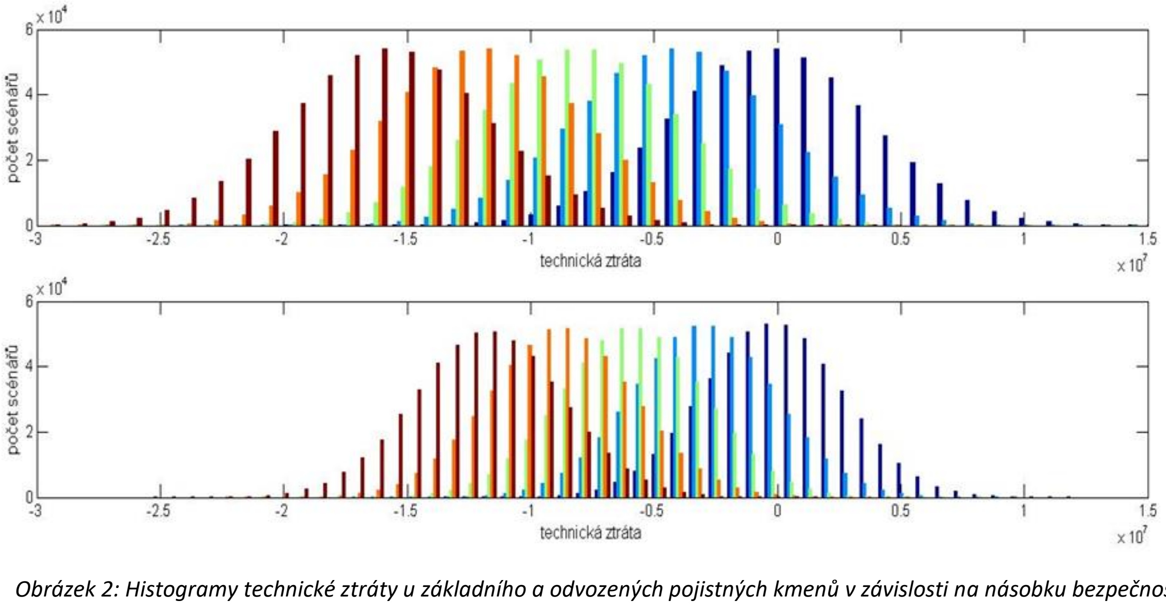
	k				
$VaR_{i,k}$	0	1	2	3	4
$VaR_{1,k}$	10 357 138,9	6 336 244,0	2 315 349,1	-1 705 545,8	-5 726 440,7
$VaR_{2,k}$	7 323 614,7	4 543 104,0	1 681 526,2	-1 253 433,1	-4 255 019,4

Tabulka 1: Srovnání hodnot Value at Risk na hladině 0,995.

Z tabulky 1 lze vyčíst několik důležitých informací. První, čeho si můžeme na první pohled všimnout, je, že hodnota $VaR_{1,k}$ představující kapitálový požadavek u základního kmene s rostoucím násobkem bezpečnostní přirážky klesá. To je očekávatelné vzhledem k tomu, jakým způsobem jsme si definovali technickou ztrátu a jaký způsobem je konstruováno rizikového pojistné. Bezpečnostní přirážku jsme si definovali jako k-násobek směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy, která je vždy kladná a k je současně nezáporné. Zde tedy můžeme vidět, že **odvozovat hodnotu kapitálového požadavku z rizika pojistného jen na základě hodnoty předepsaného pojistného není správné, neboť v tomto případě by pořadí kapitálových požadavků dle jejich výše bylo opačné**.

Druhou věcí, na kterou se zaměříme, je vzájemné porovnání hodnot Value at Risk mezi základním kmenem a odvozenými pojistnými kmeny. Pro lepší orientaci si ještě zopakujeme, že ve sloupci jsou vždy uvedeny hodnoty *Value at Risk* na hladině 0,995 pro dva pojistné kmeny, které jsou rovnocenné z hlediska objemu rizikového pojistného (stejná riziková přirážka), avšak liší se svojí skladbou (počet smluv, pojistné částky). U prvních tří případů, tedy v případě, že by pojišťovna uvažovala pouze nettopojistné nebo rizikové pojistné s jednonásobkem či dvojnásobkem směrodatné odchylky, je hodnota *Value at Risk* na hladině 0,995 větší u pojistného kmene s menším počtem pojistných smluv (44 500) než u pojistného kmene větším počtem pojistných smluv (89 000). Podle míry rizika *Value at Risk* je za těchto předpokladů více rizikový menší pojistný kmen. Opačná je situace u poslední dvojice případů, u nichž uvažujeme, že pojišťovna stanovuje rizikové pojistné s trojnásobkem nebo čtyřnásobkem směrodatné odchylky. V tomto případě je *Value at Risk* na hladině 0,995 větší u pojistného kmene s větším počtem smluv. V tabulce 1 si ještě můžeme všimnout záporných hodnot u posledních dvou sloupců. To je způsobeno tím, že rizikové pojistné v těchto případech převyšuje 0,995-kvantil celkových pojistných plnění. Z tohoto hlediska je důležitá hodnota $k = 2{,}576$. Právě při této volbě k se za předpokladu normálního rozdělení pravděpodobnosti celkových plnění vyrovnají hodnoty 0,995-kvantilu celkového plnění a rizikové pojistné. Zmíněná vlastnost je podstatná z toho důvodu, že v této situaci je z hlediska *Value at Risk* na hladině 0,995 rovnocenný základní pojistný kmen a odvozený pojistný kmen s dvojnásobným počtem smluv. Na tomto faktu je patrně založen vzorec (1) pro určení kapitálového požadavku $SCR_{pojistné\,a\,rezervy}$, nicméně opět narážíme na skutečnost, že pojistné a technické rezervy by měly představovat pouze odhad očekávané hodnoty budoucích plnění bez zahrnutí bezpečnostní přirážky.

Celá problematika popsaná v předchozím odstavci je znázorněna i na obrázku 2. Histogramy technických ztrát nejvíce vpravo (tmavě modrá barva) v obou grafech náleží situaci, kdy se rizikové pojistné rovná nettopojistnému. Další histogramy jsou již pro případ, kdy uvažujeme bezpečnostní přirážku, přičemž platí, že čím více nalevo se histogram nachází, tím vyšší je její násobek, tedy k. Vzhledem ke stejnému měřítku obou grafů na ose x můžeme srovnávat i tvary histogramů, z nichž je patrné, že odvozené pojistné kmeny s dvojnásobným počtem smluv mají výrazně menší rozptyl.



Obrázek 2: Histogramy technické ztráty u základního a odvozených pojistných kmenů v závislosti na násobku bezpečnostní přirážky

V diplomové práci Ondřeje Nevídala [4] je mimo uvedený příklad zkonstruován i obdobný příklad, kde celkové pojistné plnění nemá normální rozdělení pravděpodobnosti.

Příklady na podmodul rizika katastrof

Nyní budou následovat dva příklady ilustrující vybrané problémy diskutované v předchozí části týkající se podmodulu *rizika katastrof*. Konkrétně se zaměříme na vliv rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem u podmodulu *přírodních pohrom* a na podmodul *rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel*. Nejprve se však seznámíme se základním nastavením vstupních parametrů do standardního vzorce.

Pro účely analýzy standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění bylo nutné nejdříve tento vzorec zpracovat v některém ze softwarů. My jsme se rozhodli pro tabulkový procesor Microsoft Excel.

Než přejdeme k samotným příkladům, je třeba zmínit, že výsledné hodnoty kapitálového požadavku $SCR_{neživotní}$ vzhledem k vstupním údajům je třeba brát pouze jako ilustrační. Je tomu tak z toho důvodu, že v řadě podmodulů je příslušný kapitálový požadavek stanoven jako dopad realizace určitého scénáře na primární kapitál, který je u každé pojišťovny individuální, má na něj vliv i zajištění, a jak už bylo diskutováno v předchozí kapitole, my jej nejsme schopni z dostupných informací určit. Výsledné hodnoty příslušných kapitálových požadavků tak pro jednoduchost položíme rovny přímo daným okamžitým ztrátám, což daný kapitálový požadavek nejspíše nadhodnotí. Dále je třeba dodat, že podmoduly, které nebyly popsány v předchozí kapitole, budou v modelu pro jednoduchost ignorovány, tj. daný kapitálový požadavek bude položen roven nule. Zmíněné zjednodušení však nebudou mít vliv na ilustrované problémy.

Vstupní data pro výpočet SCR v neživotním pojištění

V naší analýze jsme vycházeli z upravených dat získaných z výroční zprávy jedné z menších českých pojišťoven. Je třeba podotknout, že spoustu údajů, které při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku potřebujeme, z výročních zpráv vyčíst nelze. Proto bylo nutné některé vstupní údaje zvolit takzvaně „od oka“ a proto také nebudeme název dané pojišťovny uvádět. V hospodaření pojišťovny hraje významnou roli také zajištění, které má následně významný vliv i na výši solventnostního kapitálového požadavku. My ho v naší analýze brát v úvahu nebudeme, protože jeho forma a výše je u každé pojišťovny různá. V některých podmodulech se standardně pracuje s měnou euro. Pro převod na českou měnu byl proto použit kurz 27 Kč/EUR.

Nejprve si uvedeme vstupní data a úvahy, pomocí kterých jsme získali základní hodnotu solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny. Vstupní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Pomocí $P_{min,s}$ budeme značit zasloužené pojistné v předchozích dvanácti měsících pro každý pojistný segment zvlášť. Dalším údajem, jejž využijeme, bude diskontovaný nejlepší odhad nesplaceného pojistného plnění. Pojišťovny ve svých výročních zprávách bohužel obvykle udávají pouze celkovou hodnotu za celé odvětví neživotního pojištění. Její výše bude v našem případě rovna 265 665 000 Kč. Protože však ve vzorci potřebuje znát diskontovaný nejlepší odhad nesplaceného pojistného plnění pro jednotlivé segmenty, označíme jej $V_{rezervy,s}$, je nutné tuto hodnotu nějakým způsobem rozdělit. V našem případě jsme zvolili rozdělení proporciálně podle výše zaslouženého pojistného v jednotlivých segmentech $P_{min,s}$.

K uvedeným pojištěním standardně patří i proporcionální zajištění, jak jsme již uvedli, my ho v našem případě uvažovat nebudeme. Ze stejného důvodu zde nejsou uvedeny poslední tři segmenty, které se týkají neproporcionálního zajištění (pojištění odpovědnosti, pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy, pojištění majetku).

segment		$P_{min,s}$ (Kč)	$V_{rezervy,s}$ (Kč)
1	Pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel	391 359 000	182 610 829
2	Ostatní pojištění motorových vozidel	27 655 000	12 904 015
3	Pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy	3 054 000	1 425 018
4	Pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku	77 389 000	36 110 245
5	Obecné pojištění odpovědnosti	41 458 000	19 344 591
6	Pojištění úvěru a záruky	10 704 000	4 994 561
7	Pojištění právní ochrany	-	-
8	Pojištění asistence	4 043 000	1 886 492
9	Pojištění různých finančních ztrát	13 693 000	6 389 249

Tabulka 2: Vstupní údaje pro analýzu standardního vzorce v neživotním pojištění

Pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku pro podmodul pojistného a technických rezerv dále potřebujeme odhad pojistného, které má pojišťovna získat v segmentu s během následujících dvanácti měsíců P_s a očekávanou současnou hodnotu pojistného, které si pojišťovna zaslouží v segmentu s ze stávajících pojistných smluv po uplynutí následujících dvanácti měsíců $FP_{souč.,s}$. Obě tyto proměnné pro jednoduchost u všech segmentů položíme rovny zasloužené pojistnému v jednotlivých segmentech $P_{min,s}$. Poslední proměnnou v tomto podmodulu je očekávaná současná hodnota pojistného, které si pojišťovna zaslouží v segmentu s z budoucích smluv uzavřených v následujících 12 měsících po uplynutí následujících 12 měsíců $FP_{bud.,s}$. Tu jsme se rozhodli nastavit pevně na 2 % z předchozích proměnných, což představuje dvouprocentní růst objemu obchodu pojišťovny. S těmito vstupním údaji již můžeme stanovit solventnostní kapitálový požadavek za podmodul pojistného a technický rezerv $SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 270\ 461\ 968$ Kč.

Dalším podmodulem modulu neživotního upisovacího rizika je podmodul *rizika storen v neživotním pojištění*. Ten nebyl do naší analýzy zařazen, a proto jeho solventnostní kapitálový požadavek stanovovat nebudeme a přesuneme se přímo k podmodulu *neživotního katastrofického rizika*.

V podmodulu *neživotního katastrofického rizika* se nejdříve podíváme na podmodul *rizika přírodních pohrom*. Jak jsme již uvedli v popisu standardního vzorce, v případě podmodulů povodně, vichřice a zemětřesení není vstupem pojistné, nýbrž celkové pojistné částky. Tyto částky je třeba stanovit pro každé z 59 rizikových pásem individuálně. Vzhledem k tomu, že pojišťovny údaje o pojistných částkách nezveřejňují, bylo třeba je stanovit jiným způsobem. V modelu jsme se s tím vypořádali pomocí dvou volitelných parametrů, a to sazby pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku a sazby ostatního pojištění motorových vozidel. Tyto sazby vyjadřují poměr mezi pojistným a pojistnou částkou. K výpočtu celkové pojistné částky tedy můžeme využít hodnoty pojistného, které jsme si již uvedli v podmodulu pojistného a technických rezerv. Stačí je pouze vydělit příslušnou sazbou a dostaneme celkovou pojistnou částku pojišťovny. Pro základní výpočet základní hodnoty solventnostního kapitálového požadavku jsme stanovili sazbu pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku ve výši 1 % a sazbu ostatního pojištění motorových vozidel ve výši 2 %. Dále je nutné tuto částku nějakým způsobem rozdělit mezi riziková pásma. My se v této fázi rozhodli pro rovnoměrné rozdělení celkové pojistné částky mezi všechna riziková pásma. Předpokládáme tedy, že pojistná částka v každém rizikovém pásmu bude rovna celkové pojistné částce vydělené jejich počtem, to znamená 59. U podmodulu rizika přírodních pohrom se ještě musíme vypořádat s podmodulem rizika krupobití, u nějž je vstupem v případě České republiky pojistné za druhý, třetí a čtvrtý segment. Po dosazení všech těchto hodnot do vzorce dostaneme výsledný solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul rizika přírodních pohrom ve výši 47 600 367 Kč.

Podmodul *katastrofického rizika při neproporcionálním zajištění* a podmodul *jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění* výrazně souvisí se zajištěním, a proto je do našich výpočtů nezahrneme.

Dostáváme se tak k podmodulu rizika katastrof způsobených člověkem. Prvním podmodulem, se kterým se zde setkáváme, je podmodul *rizika odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel*. Zde je vstupem počet pojištěných vozidel se smluvním limitem vyšším než 24 000 000 EUR, označujeme N_a, a se smluvním limitem menším než 24 000 000 EUR, označujeme N_b. My budeme uvažovat pouze vozidla se smluvním limitem nižším než 24 000 000 EUR, jejichž počet bude z námi získaných údajů roven 141 984. Podmodul *námořních rizik* uvažovat nebudeme, vzhledem k poloze České republiky a vzhledem k tomu, že tento podmodul se týká výhradně těžebních plošin a tankerů. Přesuneme se dále k podmodulu leteckých rizik, kde je klíčová nejvyšší pojistná částka ze všech pojištění letadel v dané pojišťovně. V našem případě budeme uvažovat tuto pojistnou částku ve výši 10 000 000 Kč. V podmodulu *rizika požáru* je situace odlišná. Je v něm potřeba stanovit pojistné vztahující se k největší koncentraci rizika požáru. Odhadem bylo toto pojistné pro základní odhad celkového solventnostního kapitálového požadavku stanoveno na 2 000 000 Kč. A tak jsme se dostali k poslednímu podmodulu, jímž je podmodul *odpovědnostních rizik*. V tomto podmodulu je nutné zvolit pojistné pro pět různých skupin odpovědnostních rizik. My se pro jednoduchost rozhodli získat pojistné v každé z pěti skupin vydělením pojistného z obecného pojištění odpovědnosti pěti. Takto jsme stanovili pojistné na jednotlivé skupiny na

8 291 600 Kč. Solventnostní kapitálový požadavek za celý podmodul rizika *katastrof způsobených člověkem* je potom roven 221 280 487 Kč.

Celkový solventnostní kapitálový požadavek, za předpokladu výše popsaných vstupních dat, byl vypočten na hodnotu 373 744 261 Kč. Pro přehlednost a lepší srovnání si výsledky jednotlivých podmodulů budeme uvádět pomocí tabulek (v Kč). Výsledky základního nastavení jsou uvedeny v tabulce 3.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 373\ 744\ 261$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\ rez.} = 270\ 461\ 968$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 226\ 342\ 327$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 47\ 600\ 367$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\ 280\ 487$</td></tr>
</table>

Tabulka 3: Solventnostní kapitálové požadavky pro vstupní data

Analýza rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem v podmodulu přírodních pohrom

V tomto příkladu zachováme pojistné i celkové pojistné částky, které jsme si popsali v předchozí části. Budeme měnit pouze rozmístění pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem v podmodulu *přírodních pohrom*. V předchozí části jsme předpokládali rovnoměrné rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem, což by znamenalo, že pojišťovna v každém rizikovém pásmu pojišťuje stejný majetek v rámci pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku, v případě povodní potom i v rámci ostatního pojištění motorových vozidel. Připomeňme si ještě, že v podmodulu přírodních pohrom standardního vzorce se dále nezohledňuje různá rizikovost pojištěného majetku v rámci jednotlivých rizikových pásem. Přitom například u rizika povodně existují i v rámci rizikových pásem značné rozdíly, které pojišťovna zohledňuje při výpočtu pojistného např. pomocí povodňových map.

Nejprve vyzkoušíme situaci, kdy veškerá pojistná částka v rámci výše zmíněných pojištění bude náležet do rizikového pásma s nejvyšší hodnotou rizikové váhy dle podmodulu rizika povodní. Rizikové váhy podle podmodulu povodní jsme zvolili z toho důvodu, že tento podmodul hraje v podmodulu přírodních katastrof nejvýznamnější roli. Nejrizikovějším pásmem je rizikové pásmo označené 57, což je část České republiky s poštovním směrovacím číslem začínajícím dvojčíslím 77 (Olomouc). Výsledky při daném nastavení jsou uvedeny v tabulce 4, přičemž červenou budeme označovat měnící se výsledky.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 407\ 214\ 073$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\ rez.} = 270\ 461\ 968$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 272\ 487\ 192$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 159\ 010\ 112$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\ 280\ 487$</td></tr>
</table>

Tabulka 4: Solventnostní kapitálové požadavky při nejrizikovějším pásmu

Vzhledem k tomu, že změny proběhly pouze v rámci podmodulu rizika přírodních pohrom, mění se pouze jím dotčené hodnoty solventnostního kapitálového požadavku. Je patrný drastický nárůst solventnostního kapitálového požadavku v podmodulu rizika katastrof, který se více než ztrojnásobil, v absolutních číslech to znamená nárůst o více než 111 mil. Kč. V celkovém solventnostním kapitálovém požadavku za podmodul neživotního pojištění se tato změna projevila navýšením přibližně o 34,5 mil. Kč. Pokud jde o samotnou hodnotu kapitálového požadavku $SCR_{(flood,CZ)}$, tak ta vzrostla z výchozí 34 535 919 Kč na hodnotu 155 438 316 Kč.

Nyní se podíváme na opačný pól, kdy veškerá pojistná částka v rámci výše zmíněných pojištění bude náležet do rizikového pásma s nejnižší hodnotou rizikové váhy. Nejméně rizikovým pásmem z hlediska podmodulu rizika povodní je rizikové pásmo 4, odpovídající poštovnímu směrovacímu číslu začínajícímu dvojčíslím 13 (část Prahy). Výsledné solventnostní kapitálové požadavky při této situace jsou uvedeny v tabulce 5.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 372\,235\,401$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\,rez.} = 270\,461\,968$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 224\,169\,929$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 35\,876\,226$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\,280\,487$</td></tr>
</table>

Tabulka 5: Solventnostní kapitálové požadavky při nejméně rizikovém pásmu

Kapitálový požadavek $SCR_{(flood,CZ)}$ klesl z výchozí 34 535 919 Kč na 12 953 193 Kč. Jde patrně o nejnižší hodnotu, kterou lze získat, protože další riziková pásma s nízkou rizikovou váhou jsou s tímto pásmem pozitivně zkorelovaná, takže rozložení pojistných částek do více pásem hodnotu tohoto požadavku zvýší. Z hodnot uvedených v tabulce 5 je patrný pokles v solventnostním kapitálovém požadavku rizika přírodních pohrom o necelých 12 mil. Kč oproti základnímu nastavení. Znamená to tedy, že malá riziková váha převažuje nad rizikem možné vysoké koncentrace škod, které je přitom u rizika povodní, vichřice a zemětřesení poměrně výrazné a mělo by se nejspíše brát v potaz. Co se týče hodnoty celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění $SCR_{neživotní}$, ten poklesl o 1,5 mil. Kč, což není příliš velká změna.

V tabulce 6 jsou pak pro názornost shrnuty i další uvažované případy rozložení pojistných částek do rizikových pásem. Jak můžeme vidět, určitou roli hraje i korelace mezi rizikovými pásmy, neboť je rizikovější případ, kdy je celková pojistná částka rozložena dle velikosti rizikových vah do 1. a 3. nejrizikovějšího pásma, mezi nimiž je korelační koeficient roven 0,5, než když je rozložena mezi dvě nejrizikovější pásma, mezi nimiž je korelace nulová. Pokud bychom uvažovali rovnoměrné rozložení pojistných částek mezi deset nejrizikovějších pásem, vzroste oproti základnímu nastavení kapitálový požadavek podmodulu rizika katastrof o znatelných 35 mil. Kč, celkový kapitálový požadavek za modul neživotního pojištění pak vzroste pouze o 7 mil. Kč. Na druhou stranu, když srovnáme volbu deseti nejrizikovějších s nejrizikovější možností, vzroste kapitálový požadavek $SCR_{neživotní}$ o 27 mil. Kč. Na posledních dvou řádcích tabulky 6 pak můžeme pozorovat, že pokud je veškerý pojištěný majetek soustředěný do nejméně rizikových pásem z hlediska velikosti rizikových vah, hodnota celkového kapitálového požadavku $SCR_{neživotní}$ se oproti základní situaci moc nezmění.

Z uvedených příkladů je patrné, že z hlediska solventnostního kapitálového požadavku podmodulu přírodních katastrof lze při provozování majetkových pojištění pouze v určitých částech České republiky dosáhnout velmi odlišných hodnot. Z hlediska celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění při daných vstupních datech však již změny zdaleka nejsou tak zásadní. Dále jsme si ilustrovali závěry zformulované v předchozí části týkající se případné snahy pojišťovny minimalizovat kapitálový požadavek z tohoto podmodulu.

Popis	$SCR_{neživotní}$	$SCR_{katastrofy}$	SCR_{natCAT}	$SCR_{(flood,CZ)}$
Základní rovnoměrné rozložení PČ	373 744 261	226 342 327	47 600 367	34 535 919
celková PČ u nejrizikovějšího pásma	407 214 073	272 487 192	159 010 112	155 438 316
celková PČ u 2. nejrizikovějšího pásma	403 293 291	267 254 982	149 867 180	145 723 421
2 nejrizikovější pásma - rovnoměrně rozdělená PČ	389 022 498	247 851 253	111 647 614	106 532 138
1. a 3. nejrizikovější pásmo - rovnoměrně rozdělená PČ	395 609 566	256 881 464	130 472 344	126 293 632
10 nejrizikovějších pásem - rovnoměrně rozdělená PČ	380 671 046	236 199 166	82 613 512	75 869 188
celková PČ u nejméně rizikového pásma	372 235 401	224 169 930	35 876 226	12 953 193
2 nejméně riziková pásma - rovnoměrně rozdělená PČ	372 252 196	224 194 163	36 027 334	13 643 193

Tabulka 6: Solventnostní kapitálové požadavky při různém rozložení pojistných částek

Analýza podmodulu rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

Nyní se podíváme na podmodul *rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel*. Použijeme-li převodní kurz 27 Kč/EUR, je ze vzorce (5) pro výpočet výše ztráty L_{motor}, která dle našeho zjednodušení popsaného v úvodu této části představuje solventnostní kapitálový požadavek $SCR_{motorCAT}$, patrné, že pokud pojišťovna tento typ pojištění provozuje, výše ztráty L_{motor} je nejméně 162 mil. Kč. V našem případě při základním nastavení je hodnota ztráty L_{motor} rovna více než 218 mil. Kč.

Jak bylo uvedeno dříve, hodnota ztráty L_{motor} závisí výhradně na počtu pojištěných aut, není zohledněna skutečná rizikovost obsažená v kmeni. Není v ní zohledněno ani předepsané pojistné z daného pojistného kmene, které se přitom promítne ve velikosti $SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$. My si dále vyzkoušíme tři změny oproti základnímu nastavení a budeme sledovat, jak se tyto změny projeví na hodnotě L_{motor} a na výši solventnostních kapitálových požadavků. První dvě změny se budou týkat navýšení počtu pojištěných vozidel o 50 tisíc, tedy na 191 984 vozidel. V prvním případě navýšíme úměrně i celkové pojistné za tento modul. Provedeme to tak, že si nejdříve spočítáme průměrné pojistné na jedno vozidlo v původním nastavení. Následně pak tuto hodnotu vynásobíme novým počtem vozidel, čímž získáme nové celkové pojistné tohoto segmentu. Současně přepočítáme hodnoty proměnných, které máme na toto pojistné navázáno. V druhém případě pouze navýšíme počet pojištěných vozidel bez zvýšení pojistného za tento segment. Tato situace vlastně představuje snížení průměrného pojistného na jedno pojištěné vozidlo v tomto segmentu. Nakonec ještě provedeme zvýšení pojistného o 100 Kč na jedno vozidlo při zachování původního počtu vozidel. Výsledné solventnostní kapitálové požadavky jsou uvedeny v tabulce 7.

	L_{motor}	$SCR_{poj.\ a\ rez.}$	$SCR_{neživotní}$
základní vstupní data	218 095 832	270 461 968	373 744 261
+ 50 tisíc vozidel, včetně zvýšení celkového pojistného	228 302 523	335 638 987	433 888 830
+ 50 tisíc vozidel, při zachování původního celkového pojistného	228 302 523	270 461 968	380 666 620
původní počet vozidel, zvýšení dílčího pojistného o 100 Kč	218 095 832	277 132 529	379 097 604

Tabulka 7: Solventnostní kapitálové požadavky při změnách v pojištění odpovědnosti z provozu mot. vozidel

V prvním případě vidíme znatelný nárůst kapitálového požadavku zejména v celkovém solventnostním kapitálovém požadavku za neživotní pojištění. Ten je způsoben z velké většiny nárůstem kapitálového požadavku z podmodulu pojistného a technických rezerv, v němž se projevilo zvýšení celkového pojistného v příslušném segmentu. V druhém případě, kdy by pojišťovna pojišťovala vozidla výrazně levněji, by celkový kapitálový požadavek oproti základním vstupním datům nevzrostl tak výrazně. Avšak opět se dostáváme k tomu, že v případě obezřetnější pojišťovny, což představuje první případ, by po pojišťovně byl požadován výrazně vyšší kapitál než v druhém případě. S tím souvisí i poslední případ, kdy obezřetnější pojišťovna navýší pojistné na jedno pojištěné vozidlo o 100 Kč, který se projeví výhradně v podmodulu pojistného a technických rezerv a bude pro pojišťovnu znamenat podobný celkový solventnostní kapitálový požadavek v neživotním pojištění, jako u případu, kdy dojde pouze k navýšení počtu pojištěných vozů o 50 tis. bez navýšení celkového pojistného.

Závěr

V rámci druhé fáze projektu jsme se zabývali vhodností *standardního vzorce* pro výpočet kapitálového požadavku pojišťovny za neživotní upisovací riziko. Analyzovali jsme vybrané podmoduly tohoto modulu.

Souhrnně lze říci, že největším problémem aplikace standardního vzorce je skutečnost, že ve většině podmodulů nevychází velikost kapitálového požadavku ze skutečně podstoupeného rizika, ale je odvozena od hodnoty pojistného či technických rezerv. Ukázali jsme, že pojišťovna, která postupuje obezřetněji při kalkulaci pojistného nebo při stanovení výše technických rezerv, bude mít větší kapitálový požadavek, což byla vlastnost, za kterou byla mj. kritizována nahrazovaná metodika Solvency I.

Speciálně jsme se pak zabývali podmodulem rizika přírodních katastrof, konkrétně rizikem povodní. Analyzovali jsme vliv rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem na celkový kapitálový požadavek. Ukázali jsme, že z hlediska minimalizace kapitálového požadavku se nemá smysl soustředit na pojišťování objektů v nejnižším rizikovém pásmu, stačí dbát na diverzifikaci. Nedostatkem zde navíc je, že se nezohledňuje skutečná rizikovost pojištěných objektů, vyjádřená např. ve formě povodňové zóny, ale jen rizikové pásmo (lokalita daná PSČ), ve kterém je pojištěný objekt umístěn.

Zmíněné problémy jsme ilustrovali v samostatné části na numerických příkladech.

Literatura

[1] Cipra, T.: *Pojistná matematika – teorie a praxe.* (2. vydání). Ekopress, Praha 2006.

[2] Cipra, T.: *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II.* Ekopress, Praha 2015.

[3] Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) č. 35/2015 ze dne 10. října 2014

[4] Nevídal, O.: *Stanovení solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny v rámci Solvency II.* Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2017.