UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Analýza modelu pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík

Vedúci diplomovej práce:
RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.
Rok odovzdania: 2013

Vypracovala:
Dagmar Martinková
AME, II. ročník

Prehlásenie

Prehlasujem, že som vytvorila túto diplomovú prácu samostatne pod vedením RNDr. 0ndřeje Pavlačky, Ph.D. a že som v zozname použitej literatúry uviedla všetky zdroje použité pri vypracovaní práce.

V Olomouci dňa 5. apríla 2013

Poďakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce RNDr. 0ndřeji Pavlačkovi, Ph.D. za veľkú pomoc, ochotu, odborné vedenie a za všetok čas, ktoré mi venoval pri písaní práce.

Obsah

Úvod **4**

1 Vybraná teória z matematickej štatistiky a poisťovníctva **6**

1.1 Matematická štatistika 6

1.2 Oblasť poisťovníctva 17

1.2.1 Poistenie 17

1.2.2 Regulácia poisťovníctva 22

2 Aplikované metódy **31**

2.1 Simulácie Monte Carlo 31

2.2 Metóda bootstrap 34

3 Model pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík **37**

3.1 Popis vytvoreného matematického modelu 37

3.2 Model pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia . 40

3.3 Analýza modelu pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia 49

Záver **54**

Literatura **56**

Úvod

Poisťovníctvo je jednou z novo rozvíjajúcich sa oblastí ekonomiky a tak si rozrastajúci sa poistný trh vyžaduje neustále viac pracovníkov. Je potreba, aby boli kvalifikovanými odborníkmi v jednotlivých smeroch poisťovníctva či už v poistnej technike, poistnej matematike i ekonomike, ale aj rozhodovaní a riadení.

Súčasný trend vysokých škôl je rozširovať a vylepšovať ponuku vzdelávania v oboroch zameraných na túto oblasť. V Českej republike ich snahu podporuje Nadačný fond pre podporu vzdelávania v poisťovníctve. Nadačný fond pomáha pri realizácii projektov vedených pedagógmi vysokých škôl. Študenti dostávajú možnosť podieľať sa na tvorbe takýchto projektov. A to je spôsob, ktorým sa teória stretáva s praktickým využitím. Spoločne zistené závery prinášajú nové poznatky celému poistnému trhu.

Ako študentka aplikovanej matematiky som dostala aj ja možnosť spolupracovať na projekte s názvom Aplikácie teoretických postupov pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík pod vedením RNDr. Ondřeja Pavlačky, Ph.D. Autorom idey projektu je JUDr. Jan Ježdík, predseda NFVP.

Našou náplňou práce bol návrh teoretického konceptu a súčasne vytvorenie praktickej aplikácie pri upisovaní rizík. Výsledkom bol vytvorený matematický model pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík.

V prvej časti tejto diplomovej práce sa budeme venovať teórii pravdepodobnosti a matematickej štatistiky, s ktorou model pracuje. Predstavíme si oblasť poistenia a jej reguláciu a tiež vysvetlíme pojem priemyselného rizika, ktorého sa model týka. Priblížime si tiež novú plánovanú smernicu Európskej únie v oblasti regulácie poisťovníctva Solvency II. Požiadavka kapitálovej primeranosti je jedným z hlavných sprísnených kritérií tohoto nariadenia, ktorý nás bude podrobnejšie zaujímať. Vo výpočte kapitalovej primeranosti sa riadime a rozhodujeme aj na základe predstavenej miery rizika Value at Risk. Zavedenie tejto miery rizika patrí medzi novinky v Solvency II.

Cieľom diplomovej práce je rozvinúť vytvorený matematický model tak, že bude možné testovať správnosť zvolenej cenovej politiky upisovateľov. Použili sme program MS Excel spolu s jeho aplikáciou Visual Basic for application.

Práca je vysádzaná typografickým systémom LaTeX.

1. Vybraná teória z matematickej štatistiky a poisťovníctva

Model mojej diplomovej práce spája dve oblasti, a to matematickú štatistiku a oblasť poisťovnícvtva. V prvej časti tejto kapitoly vysvetlíme základné pojmy z teórie matematickej štatistiky. Uvedieme vybrané číselné charakteristiky, ktorými sa pri skúmání vlastností modelu a hodnotení jednotlivých výsledkov riadime. Predstavíme si tiež používané štatistické rozdelenia. V druhej podkapitole priblížime oblasť poisčovníctva. Vysvetlíme špecifické pojmy a budeme sa venovať hlavne neživotnému poisteniu, konkrétne približime majetkové poistenia a priemyselné riziká. Čitateľa uvedieme do problematiky regulácie poisťovníctva a oboznámime ho s nariadeniami Európskej únie Solvency I a Solvency II.

1.1. Matematická štatistika

V matematickej štatistike sa zaoberáme vyšetrovaním zákonitosti, ktoré majú v sebe prvok náhodnosti. Zpracovaním hodnôt, ktoré sú výstupom skúmaného procesu, sa snažíme nájsť a popísať správanie hľadaného náhodného procesu. K tomu používame teóriu pravdepodobnosti, ktorá ponúka algoritmy, pomocou ktorých môžeme rozdelenie pravdepodobnosti nájsť a správne definovať. Základným pojmom, od ktorého sa všetko v práci odvíja je náhodná veličina. Najprv však zavedieme potrebné pojmy k jej definícii. Použijeme literatúru [5, 6, 7, 14].

Javom sa nazýva každá množina $M \subset \Omega$, kde Ω je neprázdna množina. *Javovým poľom* rozumieme neprázdny systém $\mathcal{M}$ podmnožin množiny Ω, pre ktorý platí

1. $M \in \mathcal{M} \Rightarrow M^c \in \mathcal{M}$,
2. $M_n \in \mathcal{M}, n = 1, 2, ... \Rightarrow \bigcup_1^\infty M_n \in \mathcal{M}$

a prvky množiny $\mathcal{M}$ sa nazývajú *náhodné javy.*

Ďalej vysvetlíme dôležitý pojem pravdepodobnosti a môžeme zaviesť samotnú náhodná veličinu. *Pravdepodobnosťou* nazývame každú reálnu funkciu P(.) definovanú na $\mathcal{M}$, ktorá vyhovuje nasledujúcim axiómam :

1. $P(\Omega) = 1,$
2. $P(\Omega) \geq 0,$ pre každé $M \in \mathcal{M},$
3. Pre ľubovoľnú postupnosť $M_n \in \mathcal{M}, n = 1, 2, ...$ nezlučiteľných náhodných javov platí
$$P\left(\bigcup_1^\infty M_n\right) = \sum_1^\infty P(M).$$

Na danom pravdepodobnostnom priestor $(\Omega, \mathcal{M}, P)$ reálnu funkciu $X : \Omega \to R^1$ nazývame *náhodná veličina*, ak pre každé $x \in R^1$ platí

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{M}.$$

Pre ďalšie pochopenie je potrebné uviesť aj nasledujúce dva pojmy. Prvým je *rozdelenie pravdepodobností náhodnej veličiny* X, čo je množinová funkcia $P_X(B) : B_1 \to R^1$ definovaná pre každé B $\in B_1$ vzťahom

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

kde B je borelovská množina, čiže množina rozumných množin na reálnej osi a B_1 je systém borelovských množin v R.

Pre X náhodnú veličinu definovanú na pravdepodobnostnom priestore $(\Omega, \mathcal{M}, P)$ je reálna funkcia F_X definovaná pre každé $x \in R^1$ predpisom

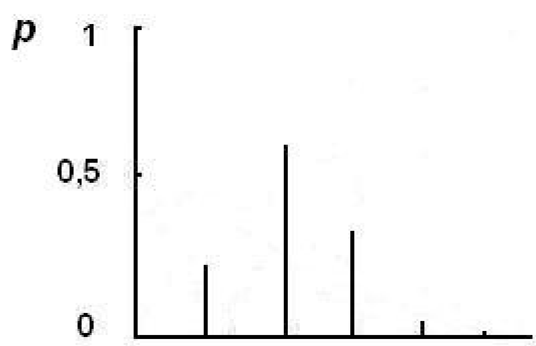
$$F_X(x) = P(X \leq x),$$

distribučnou funkciou náhodnej veličiny X.

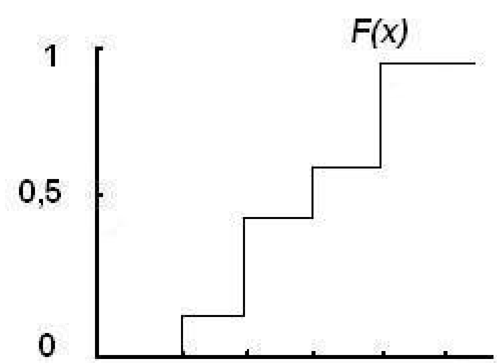
Majme konečnú alebo nekonečnú prostú postupnosť reálnych čísel $\{x_n\}$, o ktorej vieme, že $\sum_n P(X = x_n) = 1$. Označme $p_n = P(X = x_n)$. Postupnosť $\{x_n\}$ hodnot, ktoré nadobúda náhodná veličina X a postupnosť $\{p_n\}$ pravdepodobností, s ktorými náhodná veličina svoje hodnoty nadobúda, určujú tzv. *diskrétne* *rozdelenia pravdepodobností náhodnej veličiny* X. Náhodná veličina, ktorá má diskrétne rozdelenie pravdepodobností, sa nazýva *diskrétna.* Distribučná funkcia diskrétnej náhodnej veličiny je daná vzťahom

$$F_X(x) = \sum_{n:x_n \leq x} p_n, \forall x \in R^1.$$

Táto funkcia sa nazýva *diskrétna distribučná funkcia.*



Obrázok 1: Pravdepodobnosti diskrétneho rozdelenia

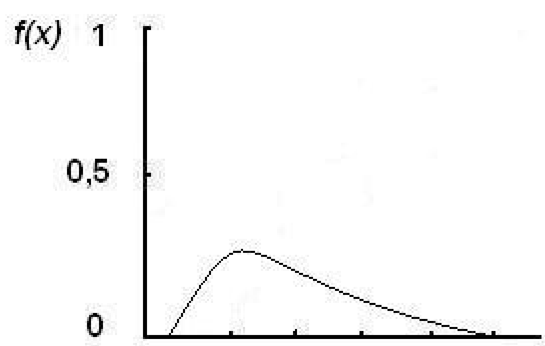


Obrázok 2: Distribučná funkcia diskrétneho rozdelenia

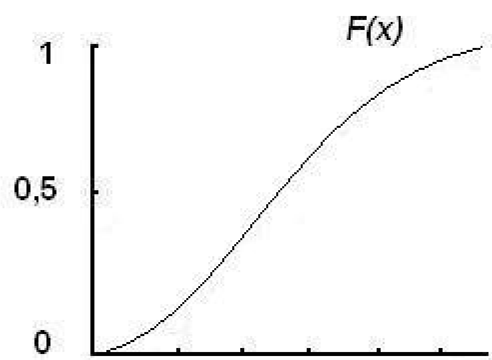
Náhodná veličina X má *spojité rozdelenie pravdepodobností*, ak existuje nezáporná, borelovsky merateľná funkcia $f_X(x) : R^1 \to R^1$, o ktorej vieme, že

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt, \forall x \in R^1.$$

Funkcia f_X sa nazýva *hustota* (rozdelenie pravdepodobností) náhodnej veličiny X a hovoríme o *spojitej náhodnej veličine* X.



Obrázok 3: Hustota spojitého rozdelenia



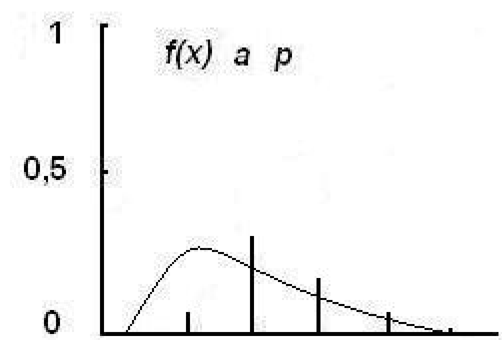
Obrázok 4: Distribučná funkcia spojitého rozdelenia

Distribučná funkcia F zmiešaného typu je kombinácia diskrétneho a spojitého rozdelenia. Je spojitá až na konečný počet hodnôt $x_1, x_2, ...$ s pravdepodobnosťami $p_1, p_2, ...$, ktoré spôsobujú skoky v distribučnej funkcii v týchto bodoch.

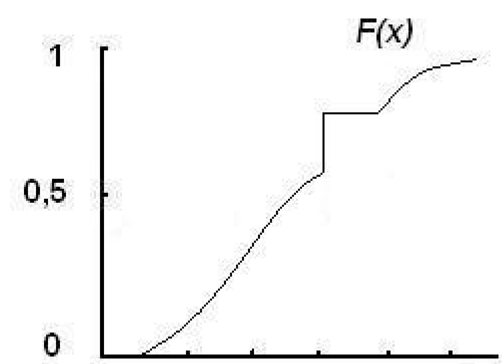
Distribučná funkcia náhodnej veličiny so zmiešaným rozdelením má predpis

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt + \sum_{n:x_n \le x} p_n, \forall x \in R^1.$$

Z nej odvodíme predpis distribučnej funkcie pre spojité aj diskrétne rozdelenie.



Obrázok 5: Hustota a pravdepodobnosti zmiešaného rozdelenia



Obrázok 6: Distribučná funkcia zmiešaného rozdelenia

Príkladom náhodnej veličiny so zmiešaným typom rozdelenia pravdepodobnosti je v modeli poistné plnenie. Nulové poistné plnenie má pravdepodobnosť nula, v ostatných prípadoch má spojité rozdelenie pravdepodobnosti.

Uveďme si, čo je to náhodný vektor a jeho distribučná funkcia. Usporiadaná

n-tica $\mathbb{X} = (X_1, ..., X_n)$ náhodných veličin $(X_1, ...X_n)$ definovaných na pravdepodobnostnom priestore $(\Omega, \mathcal{M}, P)$ sa nazýva *(n-rozmerný) náhodný vektor.*

Ak je $\mathbb{X} = (X_1, ..., X_n)$ náhodný vektor definovaný na pravdepodobnostnom priestore $(\Omega, \mathcal{M}, P)$, potom *distribučná funkcia náhodného vektoru* $\mathbb{X}$ je reálna funkcia $F_{\mathbb{X}}$ definovaná na R^n vzťahom

$$F_{\mathbb{X}}(x_1, ..., x_n) = P(X_1 \leq x_1, ..., X_n \leq x_n) = P(\mathbb{X} \leq \mathbf{x}),$$

$$\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n) \in R^n.$$

Distribučná funkcia F_X môže byť ovplyvnená závislosťou náhodných veličin $X_1, ..., X_n$. Preto by mali byť nezávislé. Ak máme systém náhodných veličin $\mathcal{X} = X_1, ..., X_n$ resp. $\mathcal{X} = X_1, X_2, ...$, tak hovoríme, že jeho náhodné veličiny $X_1, ..., X_n$ sú *nezávislé*, keď pre ľubovolné reálne $x_1, ..., x_n$ resp. $x_1, x_2, ...$ sú nezávislé náhodné javy $(X_1 \leq x_1), ..., (X_n \leq x_n)$ resp. $(X_1 \leq x_1), (X_2 \leq x_2), ...$, a to je v prípade, ak platí pre $\forall k \geq 2$ a každú k-ticu náhodných veličin $X_{i1}, ..., X_{ik}$ vybranej zo systému $\mathcal{X}$

$$F_{X_{i1}, ..., X_{ik}}(x_1, ..., x_k) = \prod_{j=1}^{k} F_{Xij}(x_j), \forall (x_1, ..., x_n) \in R^k,$$

kde $F_{X_{i1}, ..., X_{ik}}(x_1, ..., x_k)$ je distribučná funkcia náhodného vektoru $X_{i1}, ..., X_{ik}$ a $F_{Xij}(x_j)$ je distribučná funkcia náhodnej veličiny $X_{ij}, j = 1, ..., k$.

Dôležitou súčasťou pri analýze dat a následnom vyjadrení určitých záverov je zistenie chovania náhodnej veličiny pomocou číselných charakteristík. S nimi často súvisia hodnoty parametrov, ktoré sa v popise hustoty či pravdepodobnostnej funkcie vyskytujú. Uvedieme si základné z nich.

Stredná hodnota náhodnej veličiny X označovaná $E(X)$ je určená predpisom

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx + \sum_n x_n p_n$$

za podmienky konvergentnosti integrálu a sumy. Je to číselná charakteristika polohy.

Druhou skupinou charakteristík náhodnej veličiny X sú charakteristiky variability.

Rozptyl náhodnej veličiny X označovaný $var\left(X\right)$ je určený ako

$$var\left(X\right) = E\left[\left(X - E\left(X\right)\right)^2\right] = E\left(X^2\right) - \left[E\left(X\right)\right]^2.$$

Smerodajnou odchylkou náhodnej veličiny X rozumieme

$$\sigma\left(X\right) = \sigma = \sqrt{var\left(X\right)}.$$

Poslednou charakteristikou dôležitou pri analýze rozdelení pravdepodobnosti sú *kvantily.*

Pre $\alpha \in (0,1)$ je *α-kvantil náhodnej veličiny* X také reálne číslo x_α, pre ktoré platí

$$P(X \leq x_\alpha) \geq \alpha \text{ a súčasne } P(X \geq x_\alpha) \geq 1 - \alpha.$$

Ak distribučná funkcia F_X náhodnej veličiny X je spojitá a rastúca všade tam, kde $0 < F_X(x) < 1$, je α-kvantil x_α jednoznačne určený vzťahom

$$F_X(x_\alpha) = \alpha.$$

Treba si uvedomiť, že pre diskrétne a spojité rozdelenia, ktoré nemajú rastúcu distribučnú funkciu nie je kvantil určený jednoznačne. Obvykle sa v tomto prípade uvažuje ako jeho hodnota najväčšia z hodnôt, ktoré splňujú požadovanú podmienku.

Jednou z našich úloh je rozbor dat, ktoré ukazujú náhodné kolísanie. Experimentálne dáta sú vo svojej podstate realizáciami náhodných veličín. Pracujeme s obmedzeným počtom dat, z ktorých získané údaje zobecňujeme. Pri takomto rozšírení platnosti výsledkov pokusu prichádza problém matematicko-štatistického rozboru dat, ktorého cieľom je ohodnotenie presnosti a spoľahlivosti získaných výsledkov. Obecne to znamená, že máme k dispozícii výsledky n nezávislých pozorovaní hodnôt sledovanej náhodnej veličiny

$$x_1 = X\left(\omega_1\right), ..., x_n = X\left(\omega_n\right)$$

a chceme urobiť výpoveď o rozdelení pravdepodobnosti tejto skúmanej náhodnej veličiny respektíve výpoveď o pravdepodobnostonom priestore $(\Omega, \mathcal{M}, P)$, na ktorom je definovaná a jej charakteristikách. Pri obmedzenom počte dát sa stretávame s pojmom náhodný výber.

Hovoríme, že náhodný vektor $\mathbb{X} = (X_1, ..., X_n)$, ktorého zložky sú nezávislé náhodné veličiny, ktoré majú rovnaké rozdelenie pravdepodobností ako skúmaná náhodná veličina X, sa nazýva *náhodný výber* rozsahu n príslušný tejto skúmanej náhodnej veličine X.

Pri práci s náhodným výberom by sme mali vedieť, čo je to *borelovská (borelovsky merateľná) funkcia*.

Majme B_n, čiže systém borelovských množín v R^n. *Funkcia* $f : R^n \to R$ je *borelovská (borelovsky merateľná)*, ak

$$f^{-1}(B) = \{(x_1, ..., x_n) \in R^n : f(x_1, ..., x_n) \in B\} \in B_n, \text{ pre každú } B \in B_1.$$

Podľa literatúry [3] sa ukázalo, že je účelné výsledky $x_1, ..., x_n$ celkom n nezávislých pozorovaní náhodnej veličiny X pokladať za hodnoty n nezávislých náhodných veličín $X_1, ..., X_n$ a my sa toho budem ďalej držať.

Teraz sa už môžeme venovať odhadom skutočných hodnôt na základe pozorovaných hodnôt náhodného výberu. Rozlišujeme 2 typy odhadov. Prvým typom je *bodový odhad*, čo znamená, že parameter výberu aproximujeme jedným číslom. Druhým typom je *intervalový odhad*, kedy parameter výberu aproximujeme intervalom, v ktorom jeho hodnota leží s určitou pravdepodobnosťou. Predstavme si niektoré bodové odhady.

Pri rozbore dat nás zaujímajú *výberové funkcie*, ktoré sú vlastne borelovsky merateľnými funkciami $\varphi(X_1, ..., X_n)$ náhodného výberu $\mathbb{X} = (X_1, ..., X_n)$.

Medzi najhľadanejšie výberové funkcie patria

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} X_j,$$

ktorú nazývame *výberový priemer.*

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left(X_j - \bar{X} \right)^2 ,$$

ktorú nazývame *výberový rozptyl,*

$$S = \sqrt{S^2},$$

ktorú nazývame *výberová smerodatná odchylka.*

V štatistickej literatúre sa ustálil názov výberový rozptyl pre s^2, kvôli svojim vlastnostiam. Bližšie si vysvetlíme vlastnosť nestrannosti a konzistentnosti odhadov.

Odhad je nestranný, pokiaľ sa jeho stredná hodnota rovná hľadanému parametru a odhad je konzistentný, pokiaľ sa s rastúcim rozsahom výberu zpresňuje.

Teraz môžeme povedať, že ak $\mathbb{X} = (X_1, ..., X_n)$ je náhodný výber príslušný skúmanej náhodnej veličine X, ktorá má konečnú strednú hodnotu $E(X) = \mu$ a konečný rozptyl $var(X) = \sigma^2$, tak výberový priemer $\bar{X}$ je nestranným a konzistentným odhadom hodnoty μ a výberový rozptyl S^2 je nestranným a konzistentným odhadom rozptylu σ^2.

Zo súboru dat môžeme kvantil určiť nasledujúcim spôsobom. Na n jednotkách sme namerali súbor hodnôt $x_1, x_2, ..., x_n$. Tento súbor usporiadame ako neklesajúcu postupnosť $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}$. Výberový p-tý kvantil je pre $0 < p < 1$ definovaný predpisom

$$\tilde{x}_p = \begin{cases} x_{([np]+1)}, & \text{pre } np \neq [np], \\ \frac{1}{2}\left(x_{(np)} + x_{(np+1)}\right), & \text{pre } np = [np], \end{cases}$$

kde výraz $[np]$ znamená celú časť čísla np, napríklad $[6,45] = 6$.

Obecne môžeme povedať, že výberový kvantil je hodnota rozdeľujúca výberový súbor na dve časti, kedy prvá časť obsahuje hodnoty, ktoré sú menšie ako daný kvantil a druhá časť obsahuje hodnoty, ktoré sú rovné alebo väčšie ako hodnoty daného kvantilu.

Ďalej si predstavíme známe pravdepodobnostné rozdelenia, s ktorými sa stretneme v ďalšom texte.

Rovnomerné rozdelenie pravdepodobností

Rovnomerné rozdelenie na intervale (a, b), $-\infty < a < b < \infty$, má náhodná veličina X, ktorá má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{pre } x \notin (a, b), \\ \frac{1}{b-a}, & \text{pre } x \in (a, b), \end{cases}$$

kde a, b sú parametre tohoto rozdelenia. Označujeme $X \backsim R(a, b)$.

Príslušná distribučná funkcia má tvar

$$F_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{pre } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{pre } x \in (a, b\rangle, \\ 1, & \text{pre } x > b. \end{cases}$$

Stredná hodnota rovnomerného rozdelenia má tvar $E(X) = \frac{a+b}{2}$ a rozptyl má tvar $var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

S rovnomerným rozdelením sa stretneme pri simuláciach Monte Carlo.

Poissonove rozdelenie pravdepodobností

Poissonove rozdelenie s parametrom λ má náhodná veličina X, ktorá nadobúda hodnoty $k = 0, 1, ...$ s pravdepodobnosťami

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

kde $\lambda > 0$. Označujeme $X \backsim Po(\lambda)$.

Príslušná distribučná funkcia má tvar

$$F_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{pre } x < 0, \\ \sum_{k \leq x} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, & \text{pre } x \geq 0. \end{cases}$$

Stredná hodnota poissonovho rozdelenia má tvar $E(X) = \lambda$ a rozptyl má tvar $var(X) = \lambda$.

Poissonovo rozdelenie je preddefinované pre rozdelenie pravdepodobnosti realizácie škody. Početnosť škôd je určená tromi kategóriami a to malá, stredná a veľká početnosť.

Beta rozdelenie pravdepodobností

Beta rozdelenie s parametrami a, b má náhodná veličina X, ktorá má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{pre } x \notin (0,1), \\ \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}, & \text{pre } x \in (0,1), \end{cases}$$

kde $a > 0, b > 0$. Označujeme $X \backsim Be(a,b)$.

Príslušná distribučná funkcia má tvar

$$F_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{pre } x \notin (0,1), \\ \frac{B_x(a,b)}{B(a,b)}, & \text{pre } x \in (0,1). \end{cases}$$

Funkciu

$$B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx$$

v predpise hustoty beta rozdelenia, ktorá je definovaná pre $a > 0, b > 0$, nazývame *beta-funkcia* alebo *Eulerov integrál prvého druhu.*

Fukciu

$$B_x(a,b) = \int_0^x x^{a-1}(1-t)^{b-1} dt$$

v distribučnej funkcii beta rozdelenia, ktorá je definovaná pre $a > 0, b > 0$, nazývame *neúplná beta-funkcia*, ktorá je zovšeobecnením beta-funkcie.

Stredná hodnota beta rozdelenia má tvar $E(X) = \frac{a}{a+b}$ a rozptyl má tvar $var(X) = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$.

Beta rozdelenie je v modeli preddefinované pre rozdelenie pravdepodobnosti závažnosti škôd.

Oboznámili sme sa s teóriou matematickej štatistiky, ktorá je nutná pre pochopenie zákonitosti analyzovaného modelu. Ďalej si priblížime špecifické odvetvie národného hospodárstva, z ktorého potreby model vychádza, a to je oblasť poisťovníctva.

1.2. Oblasť poisťovníctva

Táto podkapitola má dve časti. V prvej si vysvetlíme, čo to poistenie vlastne je. Predstavíme životné a neživotné poistenie, konkrétne sa budeme venovať neživotnému poisteniu, a to jeho skupine - majetkovému poisteniu. Priblížime špeciálnu skupinu rizík neživotného poistenia, ktorej sa náš skúmaný model týka, priemyselné riziká. V druhej časti sa budeme venovať regulácii odvetvia poisťovníctva a oboznámime sa so smernicami Európskej únie Solvency I a Solvency II. Použijeme literatúru [1, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15].

1.2.1. Poistenie

Každá činnosť je ovplyvnená náhodnými silami. Výsledky týchto náhodných síl môžu byť pozitívne či negatívne. Vyplývajú z prírodných javov i zo samotnej ľudskej spoločnosti. S nejednoznačnosťou výsledkov ekonomických a iných javov je úzko spojený pojem riziko.

Riziko môžeme chápať ako možnosť vzniku udalosti s výsledkom odchýleným od cieľa s určitou objektívnou pravdepodobnosťou. Predstavuje tiež neistotu, ktorá je merateľná určitou hodnotou pravdepodobnosti.

Oblasť poisťovníctva je zameraná na čisté riziko, ktoré sa týka výhradne negatívnej odchýlky od cieľa, teda nebezpečenstva straty.

Poistením rozumieme efektívny spôsob tvorby a rozdelovania finančných rezerv na úhradu škôd z náhodných udalostí. Finančné rezervy sú tvorené príspevkami fyzických či právnických osôb, ktoré sú ohrozené rovnakým rizikom a ich srávu vedú poisťovacie inštitúcie. Úlohou poistenia je úplne odstrániť alebo aspoň eliminovať finančné následky spôsobené nežiadúcimi poistnými udalosťami. Poistenie je teda jednak finančná služba, ale aj právny vzťah, kedy poistnú zmluvu uzatvárajú mimňimálne dve strany, a to poistiteľ a poistník. Poistné, ktoré platí poistník poistiteľovi, je cena za poistnú ochranu. V prípade poistnej udalosti poistiteľ vyplatí poistné plnenie, ktorého výška závisí od konkrétneho druhu poistenia alebo kombinácií prevzatých rizík poistiteľom a výšky poistného.

Dôležitou úlohou poisťovne je určiť správnu výšku poistného. Významným pojmom je tzv. poistno-technické riziko poisťovne. Je definované ako možnosť vzniku kladnej alebo zápornej odchýlky od vypočítaných celkových nákladov poisťovne. Je to odchýlka od predpokladaného škodného priebehu a nákladov správnej réžie. K eliminácií poistno-technického rizika poisťovňa vytvára poistno-technické rezervy a časť kryje zaistením, čo je poistenie poisťovne. Medzi ďalšie riziká poisťovne patrí napríklad kreditné riziko, ktoré predstavuje nesplnenie finančných záväzkov zo strany jej obchodných partnerov. Tržné riziko súvisiace s odbytom poistných produktov, či operačné riziko, ktorým sa rozumie možnosť potenciálnej straty v dôsledku nedostatkov alebo zlyhania interných procesov alebo externých vplyvov.

Jedným zo základných delení poistenia je členenie na životné a neživotné poistenie. Tieto dve oblasti si teraz bližšie predstavíme.

Životné poistenie sa týka poistenia udalostí ako je smrť alebo dožitie sa určitého veku, prípadne ich kombináciami. Je to typické obnosové poistenie, kedy sa nedá presne stanoviť výška adekvátnej finančnej náhrady vzhľadom k utrpenej ujme.

Neživotným poistením rozumieme akékoľvek poistenie, ktoré nepatrí do životného poistenia. Do neživotného poistenia patria riziká ohrozujúce zdravie a život osôb, riziká vyvolávajúce vecné škody, ale aj finančné straty. Patrí sem mnoho oblastí, napr. neživotné poistenie osôb, majetkové poistenie, poistenie finančných strát a záruk, či poistenie zodpovednosti a právnej ochrany. My sa budeme venovať majetkovému poisteniu, pri ktorom si vysvetlíme potrebné pojmy poisťovníctva.

Majetkové poistenie kryje riziká spôsobujúce priame škody majetku poškodením, zničením alebo inou stratou vecnej hodnoty. Týmito rizikami sú napríklad živelné riziko, havarijné a strojné riziko, riziko krádeže a vandalstva, či iné riziká. Jeho druhy určuje poistené riziko, napr. riziko požiaru alebo poistené majetkové predmety a záujmy, napr. poistenie strojov. Ide o škodové poistenia, lebo vieme určiť hodnotu škody poistnej veci. Príkladmi majetkových poistení, s ktorými sa bežne stretávame, sú poistenie majetku obyvateľstva, havarijné poistenie, poistenie podnikateľských a priemyselných rizík.

Potrebné je určiť maximálnu hodnotu poistného plnenia. Zaujíma nás stanovená poistná čiastka a dohodnutá spoluúčasť. Poistnou čiastkou rozumieme dohodnutú finančnú čiastku v poistnej zmluve, ktorá určuje hornú hranicu poistného plnenie. Budeme ju značiť ako PČ. V poistnej zmluve býva určená aj čiastka označovaná ako PML, čo je najvyššia možná škoda, ktorá najčastejšie odpovedá poistnej hodnote, teda najvyššej možnej majetkovej újme, ktorá môže v dôsledku jednej poistnej udalosti nastať. V majetkovom poistení by mala PČ odpovedať hodnote poisťovaného majetku v období uzatvárania poistnej zmluvy.

Ako už vieme, dôležitou úlohou je výpočet poistného. Jeho výška by mala vychádzať z veľkosti poisťovaného rizika a s nákladmi prevádzky poistenia. Kalkulácia poistného znamená stanovenie ceny na jednotku výkonu poisťovne, čiže na jeden poistný produkt alebo jedno konkrétne čiastočné riziko zahrnuté do daného produktu. Závisí na obsahu a konštrukcii daného druhu poistenia a na technických podkladoch pre jeho výpočet. V neživotnom poistení do celkového poistného patrí čisté, teda netto poistné, kalkulované správne náklady a kalkulovaný zisk. V životnom poistení sa kalkulovaný zisk nezapočítava.

Ďalej budeme poistné plnenie značiť PP. V praxi sa uplatňuje i spoluúčasť poisteného subjektu na vzniknutej škode. To znamená, že pri škodových poisteniach môže byť PP znížené o dohodnutú spoluúčasť. Spoluúčasťou rozumieme podiel poisteného subjektu na úhrade škody. Forma a parametre spolúčasti sú určené v poistnej zmluve. Tento vzťah vyplýva z uplatnenia základných a doplnkových foriem škodového poistenia. V základných formách sa stretávame s rýdzim záujmovým poistením, teda poistením bez PČ alebo limitu PP, s poistením na prvé riziko, čo je poistenie s limitom PP a nakoniec s poistením na plnú hodnotu, čiže poistením s PČ. Pod doplnkovými formami škodového poistenia rozumieme spoluúčasti, a to excendentnú franšízu, percentuálnu spoluúčasť a integrálnu franšízu. Vysvetlime si jednotlivé doplnkové formy spoluúčasti.

Excendentná franšíza predstavuje čiastku, o ktorú sa PP stanovené podľa jednej zo základných foriem zníži. Výsledná hodnota nesmie byť záporná, čo znamená, že poistený subjekt sa podieľa na úhrade škody čiastkou vo výške excendentnej franšízy, čiže v prípade, že PP stanovené podľa základnej formy je nižšie ako hodnota vzniknutej škody, túto škodu hradí poistený subjekt sám. Excendentná franšíza sa uplatňuje v konštrukcii majetkových poistení.

Percentuálnou spoluúčasťou rozumieme stanovený percentuálny podiel poisteného na úhrade škody. To znamená, že od PP stanoveného podľa základných foriem škodového poistenia sa odpočíta čiastka odpovedajúca dohodnutému percentu spoluúčasti. Stetneme sa s ňou napríklad pri havarijných či poľnohospodárskych poisteniach.

Pri kalkulácii poistného plnenia sa niekedy využíva kombinácia doplnkových poistení. Napríklad spoluúčasť poisteného je daná 5%-ným podielom na úhrade škody spolu s minimálnou hodnotou spoluúčasti 5 000 Kč a maximálnou hodnotou spoluúčasti 10 000 Kč. To znamená, že v prípade poistnej udalosti hradí poistený 5% škody, ale v rozpätí minimálne 5 000 Kč a maximálne 10 000 Kč.

A nakoniec v dnešnej dobe najmenej využívaná integrálna franšíza je čiastka, do výšky ktorej sa PP nevypláca a pri jej prevýšení sa PP poskytuje vo výške stanovenej na základe vybranej základnej formy poistenia. Integrálna franšíza sa využíva pri vylúčení drobných škôd z PP a využívala sa hlavne pri poistení podnikateľských rizík.

V modeli sa stretneme s excendentnou franšízou a percentuálnou spoluúčasťou.

Rozvoj priemyselného sveta priniesol so sebou veľa užitočných objavov spojených však s novými rizikami. Špecifickou skupinou neživotného poistenia predstavujúcu veľké poistné riziká sú *priemyselné riziká.* V našom modeli uvažujeme poistenie týchto rizík.

V priemysle sa vyskytujú mechanické, elektrické, chemické, či radiačné nebezpečenstvá, pri ktorých je zdravie a život zamestnancov, ako aj majetok či výroba vystavené riziku. Všetky tieto riziká označujeme termínom priemyselné riziká. Medzi faktory ovplyvňujúce priemyselné riziko patrí ľudské zlyhanie, čiže nedostatok znalostí alebo zručností, nedbanlivosť, ale aj nesprávne mechanické alebo okolité prostredie. Druhou skupinou sú chemické faktory - požiar, explózia, ďalej technické, to znamená porucha strojných zariadení. Prírodnými faktormi rozumieme napríklad záplavy, búrky, krupobitie, zemetrasenia, blesky. Do poslednej skupiny patria sociálne faktory, a to napríklad vzbury, štrajky, terorizmus.

Priemyselné riziká kryje majetkové poistenie podnikateľských a priemyselných rizík. K najvýznamnejším produktom majetkového poistenia podnikateľských a priemyselných rizík patria poistenie živelné a strojné, poistenie mnotážnych a stavebných rizík, poistenie proti krádeži a dopravné poistenie.

Veľkosť poistného závisí na uvedenej poistnej čiastke, veľkosti spoluúčasti poisteného podnikateľského subjektu a na rizikovej situácii podniku, čo znamená na usporiadaní podniku z hľadiska možnej škody. Hodnotí sa stavebná konštrukcia, použité stavebné materiály, úroveň zábranných opatrení a tiež iné rizikové faktory pôsobiace na realizáciu rizika.

U priemyselných rizík stanovuje výšku poistného upisovateľ (underwriter). Upisovateľ je osoba pracujúca pre poisťovňu, ktorá obdrží požiadavku na poistenie a jeho úlohou je najprv zhodnotiť riziko vzniku škody. Daný objekt musí preskúmať a to tak, že podnik osobne navštívi, alebo ho posúdi na základe technickej správy od rizikového manažéra. Ďalej sleduje aktuálny vývoj situácie na trhu, vzhľadom ku ktorej by mal výšku poistného upraviť, čo sa môže ukázať značne rizikové. Po analýze všetkých zistených faktov a podľa svojho úsudku upisovateľ vypracuje podmienky poistenia. Môžeme povedať, že základ práce upisovateľa je v zhodnotení pravdepodobnosti výskytu a výšky maximálnej škody a v následnom určení podmienok poistenia.

Poisťovníctvo je zložitá, neustále sa meniaca a napredujúca oblasť, ktorá vyžaduje správnu reguláciu a primeranú kontrolu.

1.2.2. Regulácia poisťovníctva

Poistiteľ ako podnikateľský subjekt prevádzkuje svoju činnosť za účelom dosiahnutia zisku, to znamená maximalizácia tržnej hodnoty pre majiteľov poisťovne. Majitelia, teda akcionári, poskytujú kapitál a tak nesú určité riziko, za čo požadujú finančnú kompenzáciu. Takto tvorený *vlastný kapitál* poisťovne predstavuje zdroje nutné k schopnosti preberania rizík prostredníctvom upisovania poistných zmlúv. Cez vlastný kapitál poisťovne je prevádzaný výkon vlastnických práv a financovanie obchodu. Týmto financovaním sa myslím funkcia vlastného kapitálu, ktorý slúži ako krytie budúcich neočakávaných strát v prípade, kedy prostriedky z kalkulovaného poistného nestačia k pokrytiu prevzatých rizík.

Keďže poistenie je dôležité nielen z hľadiska hospodárenia, ale veľký význam má aj zo spoločenského hľadiska, a preto je nutný zásah orgánov verejnej moci vo forme dohľadu nad podnikaním. Hovoríme o *regulácii poisťovníctva*. Regulácia poisťovníctva predstavuje konštrukciu pravidiel pre správne fungovanie poisťovníctva a súčasne zriadenie inštitúcie dozoru, ktorá zabezpečuje sledovanie a kontrolu dodržiavaia týchto pravidiel. V Českej republike dohliada a reguluje oblasť poisťovníctva Česká národná banka a na Slovensku Národná banka Slovenska.

Poistiteľ sa pri uzatvorení poistnej zmluvy zaručuje, že splní všetky záväzky, ktoré z dojednaného poistenia vzniknú počas celej poistnej doby. Z čoho vyplýva, že by si mal vytvoriť také podmienky, aby bol schopný tieto záväzky vždy splniť, nielen v určitom objeme, ale aj v stanovenom termíne.

Solventnosť v poisťovníctve je schopnosť poititeľa uhradiť v požadovanom objeme a stanovenom čase všetky svoje záväzky vyplyvajúce z uzavretých poistných zmlúv a ostatných záväzkov poisťovne. Hlavným prostriedkom pre dosiahnutie solventnosti je dostatočná kapitálová vybavenosť poistiteľa ako je v prípade poisťovní ako akciovej spoločnosti vlastný kapitál a výška a kvalita jej technických rezerv. Zvlášť dôležitým je v tejto súvislosti jej prebytok aktiv nad pasívami, ktorý má funkciu "kapitálového vankúša" vytvoreného z vlastných zdrojov poisťovne. Teda miera schopnosti poisťovne plniť svoje záväzky je daná jej kapitálovou vybavenosťou. Na druhej strane vyššia kapitálová vybavenosť poisťovne môže znamenať nižšie zisky pre akcionárov. Tieto dva aspekty môžeme skumulovať ako požiadavku finančnej stability poisťovne.

Jednou z charakteristických čŕt poistenia je inverzia produkčného cyklu. Tá predstavuje fakt, že platby za službu, v našom prípade vybrané poistné, sa inkasuje pred vlastnou službou, teda výplatou poistnej náhrady. Musíme si uvedomiť, že poistná udalosť môže nastať aj niekoľko rokov po uzatvorení poistenia. Dôsledky sa môžu prejaviť tak ,že:

- prax nemusí potvrdiť správnosť odhadnutých záväzkov oproti skutočným vyplateným poistným náhradám,
- získané poistné musí byť spoľahlivo investované tak, aby okrem stanoveného zhodnotenia bola stále zaručená aj dostatočná likvidita pre prípad nutnosti vyplácania poistných plnení,
- náklady na činnosť poisťovne sa odhadujú pomocou matematicko-štatistických metód dopredu, zatiaľ čo reálne náklady sa ukážu až neskôr.

To znammená, že poisťovne majú dva základné problémy v oblasti krytia záväzkov, ktoré vyplývajú zo spravovania uzavretých poistných zmlúv. Prvý problém sa týka okamžitej likvidity, ktorá by mala riešiť otázky okamžitých záväzkov poisťovne spôsobených udalosťami vzniknutými v bežnom účtovnom roku a ktorých rozsah je poisťovni známy. Na tieto účely si poisťovňa podľa zákona o poisťovníctve tvorí poistne technické rezervy. Druhý problém predstavuje vznik budúcich mimoriadnych udalostí, kedy by prijaté poistné ani poistné rezervy nestačili na ich krytie. Preto musí mať poisťovňa k dispozícii iné zdroje, ktoré je schopná poskytnúť na krytie neočakávaných záväzkov z poistenia.

Realizácia poistných udalostí a výška škôd, ktoré spôsobili, je náhodná, ale na základe skúseností sa môžeme získať predstavu o priemernej frekvencii poistných udalostí a priemernej výške škôd. To sa odzrkadľuje v sadzbách poistného.

Vzhľadom k náhodnosti výskytu a výške škôd môže dôjsť k nečakanému výkyvu nákladov na poistné plnenia oproti plánovaným. To je dôvod nutnosti určiť hranicu bezpečnosti, v rámci ktorej bude poisťovňa schopná plniť svoje záväzky. Stanovenie hranice bezpečnosti je predmetom sledovania solventnosti poisťovne. Solventnosť je sledovaná samotnými poisťovňami a súčasne štátnym dozorom.

Schopnosť poistiteľa splniť svoje záväzky, čiže výplata poistných plnení, v každej chvíli je ovplyvnená:

- správnosťou všetkých odhadnutých záväzkov vyplývajúcich z uzavretých poistných zmlúv,
- spôsobom krytia budúcich záväzkov, to znamená veľkosť technických rezerv a miera zaistenia,
- bezpečnými investíciami, ktoré by mali kryť záväzky z poistných zmlúv,
- vlastnými fondami primeranými k úrovni poistného obchodu, ktorého výška by mala pokryť rozdiely v aktívach a pasívach.

Preto pri sledovaní solventnosti poisťovne je dôležité dbať na primeranosť cien poistných produktov k veľkosti poistných plnení, na stav technických rezerv spolu s mierou zaistenia, na spôsob investovania a kapitálovú primeranosť poisťovne.

Solventnosť je sledovaná samotnými poisťovňami a hlavne spomínaným štátnym dozorom. Každá vláda stanovuje súbor pravidiel, ktorých cieľom je ukázať, že poistiteľ je solventný a aj bezpečný. Podľa týchto pravidiel sa posudzuje schopnosť poisťovne plniť všetky svoje záväzky. Ak na základe pravidelných správ predkladaných dozornému úradu vznikne pochybnosť o tom, či poisťovňa bude môcť splniť tieto záväzky, dozor nad poisťovníctvom môže prijať nápravné opatrenia. Ak usúdi, že na takéto opatrenia je už neskoro, potom sa musia uplatniť prísnejšie kroky od obmedzenia investičnej činnosti poisťovne až po pozastavenie alebo obmedzenie činnosti, prípadne aj odobratie licencie pre poisťovaciu činnosť celkom. Regulačné orgány by mali hrozbu nesolventnosti rozpoznať včas, aby zabránili zadlžovaniu poistiteľa. Na druhej strane, z hľadiska efektívnosti regulačné zásahy nemôžu nesolventnosť úplne eliminovať, ale mali by ju eliminovať na prípustné minimum.

Sledovanie solventnosti poisťovne zahŕňa jednak snahu nájsť metodiku, pomocou ktorej možno určiť s vysokou pravdepodobnosťou a v dostatočnom predstihu kvôli prevedeniu účinných opatrení, problémy s plnením záväzkov zo strany poisťovne. A tiež ide o legislatívne potvrdenú metodiku, ktorá by mala zaistiť schopnosť poisťovne plniť svoje záväzky s vysokou pravdepodobnosťou. V súčasnosti platí nariadenie sledovania solventnosti poisťovní nazývaný Solvency I, ktorú si bližšie predstavíme.

Jednou z aktuálne riešených tém Európskej únie je problematika solventnosi poisťovní. Prvé nariadenia týkajúce sa solventnosti boli evidované v dvoch smerniciach z roku 1973 a 1979. Od poisťovní vyžadovali vytvoriť tzv. nárazníkový kapitál, ktorým by kryli neistotu na poistnom trhu. Výzanm regulácie solventnosti vzrastol prijatím európskych smerníc tretej generácie v roku 1994. Nimi sa odstránili obmedzenia v oblasti poistných produktov a cieľom kontroly solventnosti bolo zistiť a identifikovať problémy poisťovní už v začiatočnom štádiu. Táto úprava priniesla potrebu prehodnotiť požiadavky solventnosti, čo viedlo v roku 2002 k prijatiu novej smernice označovanej ako Solvency I. Nedošlo k zmenám výpočtu solventnosti, ale boli prijaté zmeny jej komponent, aby lepšie odrážali jej súčasný stav na trhu. Ďalej bol posilnený dozor, požiadavky museli byť splnené v každom okamihu a kontrolujúce subjekty získali vyššiu právomoc. Teraz si priblížime metodiku Solvency I.

Solventnosť je v rámci postupov Solvency I sledovaná ako vzťah medzi základným kapitálom a vlastnými rezervami nepodliehajúcimi záväzkom na jednej strane a ročným objemom obchodu poisťovne na druhej. Požiadavky kapitálových zdrojov poisťovne sú označované ako požadovaná miera solventnosti. Tá predstavuje minimálnu výšku miery solventnosti, ktorá je podľa zákona dostatočná k stálemu plneniu záväzkov poisťovne. Porovnáva sa s disponibilnou mierou solventnosti, ktorá je daná ako súhrn prostriedkov prichádzajúcich z vonku a vnútorne nahospodárených prostriedkov vlastného kapitálu. Poisťovňa má tiež povinnosť udržiavať minimálny garančný fond.

Konkrétny spôsob výpočtu disponibilnej miery solventnosti a požadovanej miery solventnosti obsahuje prováděcí vyhláška k Zákonu o pojišťovnictví [1].

Disponibilná miera solventnosti vyjadruje výšku vlastného kapitálu poisťovne, ktorú má poisťovňa obecne k dispozícii pre účely krytia svojich záväzkov. Zisťuje sa na základe účetnej bilancie poisťovne.

Požadovaná miera solventnosti zahrňuje zákonom stanovenou metodikou prepočítaný objem výkonov poisťovne. Veľkosť požadovanej miery solventnosti v rámci životného poistenia a neživotného poistenia je určovaná odlišnými postupami. Je stanovená ako určité percento z predpísaného poistného a berie sa do úvahy aj súhrn vyplatených poistných plnení z predchádzajúceho obdobia.

Garančný fond je bezpečnostné minimum vlastných zdrojov poisťovne, ktoré musí mať už v čase svojho založenia. Predstavuje jednu tretinu požadovanej mjery solventnosti, avšak jeho výška nesmie byť nižšia ako zákonom stanovené absolútne minimum. Minimálna hranica je určená konkrétnou čiastkou a jej požadovaná výška závisí na prevádzkovaných poistných odvetviach.

Obraz o solventnosti poisťovne získavame porovnaním disponibilnej a požadovanej miery rizika spolu s garančným fondom. Zaujímajú nás tri prípady.

1. Ak je disponibilná miera solventnosti väčšia alebo rovnaká ako požadovaná miera solventnosti, hovoríme o žiaducom stave, kedy výška požadovaného vlastného kapitálu podľa zákona odpovedá rozsahu činnosti poisťovne.

2. Ak je požadovaná miera solventnosti väčšia ako disponibilná miera solventnosti a tá je väčšia ako garančný fond, signalizuje to možnosť finančných problémov poisťovne. Výška vlastného kapitálu nemá dostatočnú záruku za záväzky poisťovne a je nutnosťou uskutočniť určité opatrenia.

[1] Vyhláška č.434/2009 Sb.

3. A ak je disponibilná miera solventnosti menšia ako garančný fond, tak je vyhlásený stav výstrahy a dozorným orgánom sú prijaté nápravné opatrenia voči poisťovni.

Súčasná metodika Solvency I je jednoduchým postupom, hlavne čo sa týka zistenia všetkých požadovaných veličin na základe bežných dostupných dat. Avšak k jej nedostatkom patrí jednak to, že solventnosť je sledovaná len zo strany pasiv rozvahy poisťovne bez ohľadu na stranu aktiv a to, že poisťovňa opatrnejšia v tvorbe sadzieb a tým bude mať vyššie predpísané poistné za rovnaké riziká, a tak bude nútená splniť vyššiu požadovanú mieru solventnosti.

Aj to sú dôvody, pre ktoré v roku 2001 začal projekt novej komplexnejšej metodiky Solvency II. Nový návrh predpokladá zmenu výpočtu solventnosti. Doterajší spôsob založený na upisovaní rizika, by mal byť rozšírený tak, že pri výpočte bude uvažovať všetky možné riziká, s ktorými sa poisťovňa stretáva. Ide o riadenie rizík v poisťovni. Aktuálne podľa zdroja [13] by mal byť projekt Solvency II spustený až v roku 2015, namiesto pôvodne plánovaného roku 2013. Pričom plného efektu bude možné dosiahnuť až v roku 2016, namiesto roku 2014.

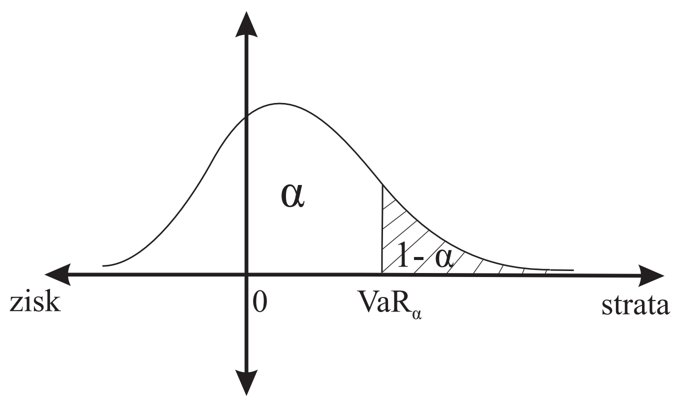
Hlavnou úlohou Solvency II je možnosť kontrolovať dostatočnú kapitálovú primeranosť poistiteľa vzhľadom k rizikám, ktoré poisťuje. A patrí sem aj sledovanie správneho fungovania risk managementu poistiteľa a overenie, či niektoré riziká nie sú podhodnotené.

Takáto regulácia založená na riadení rizík vyžaduje pre stanovenie solventnosti interpretáciu potrebného kapitálu nielen k prijatému poistnému, ale vyžaduje zahrnutie neočakávaných extrémych strát z možných neobvyklých rizík, ktoré ohrozujú činnosť poisťovne.

Tu vzniká pojem *ekonomický kapitál*, ktorý v hodnotení poistiteľa predstavuje súčet hodnôt v riziku, cudzím slovom Value at risk (VaR), z tržného, kreditného, poistného a v budúcnosti i operačného rizika v časovom horizonte 1 rok a pri danej hladine spoľahlivosti $99,5\%$. Je to minimálna kapitálová rezerva na pokrytie možných neočakávaných strát z rizík, ktorým je poisťovateľ vystavený v tomto časovom úseku.

Value at Risk, čiže hodnotu v riziku označovanú ako VaR, prvýkrát začali používať americké finančné inštitúcie na meranie rizikovosti svojich portfólií koncom 80. rokov 20. storočia. VaR je definovaný ako jednostranný α-kvantil možných strát hodnoty určitého portfólia za určitú dobu držania. Obecne ju môžeme definovať ako α-kvantil negatívnych výsledkov náhodnej veličiny X , ktorá predstavuje určitú rizikovú činnosti, tj.

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X)=inf\{x|P(X \leq x) > \alpha\}.$$



Obrázok 7: Value at Risk

To znamená, že kapitál na úrovni $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ nám s pravdepodobnosťou α pokryje možné straty vzniknuté v dôsledku realizácie negatívnych hodnôt danej činnosti X.

Táto miera rizika je často používaným ukazovateľom v oblasti rozhodovania a analýzy rizika. Avšak hlavnou nevýhodou tejto miery je fakt, že VaR nesplňuje vlastnosť subaditivity, z čoho plynie, že nie je koherentnou mierou rizika a pri jej používaní hrozí nebezpečenstvo tvorby veľmi rizikových portfólií, ktoré s malou pravdepodobnosťou môžu viesť k obrovským stratám. Najvyužívanejšou metódou pre stanovenie hodnoty $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ sú simulácie Monte Carlo, ktoré si priblížime v ďalšej kapitole.

Solvency II má trojpilierový systém. Jednotlivé piliere si stručne priblížime.

- Prvý pilier zahrňuje kvantitatívne požiadavky. To znamená definovanie finančných zdrojov, ktoré musí poisťovňa mať, aby bola považovaná za solventnú, reguláciu výpočetu technických rezerv a určenie pravidla pre investovanie poisťovní.

Stanovuje dve kapitálové požiadavky. Kapitálová požiadavka na solventnosť (Solvency Capital Requirement - SCR), teda hranica výšky kapitálu, ktorý s minimálnou pravdepodobnodťou $0,995$ nedovenie poisťovňu ku krachu. Inými slovami je to cieľový ekonomický kapitál, ktorý je potrebný na pokrytie najhoršieho scenára pri danej pravdepodobnosti. Druhou požiadavkou je minimálna kapitálová požiadavka (Minimum Capital Requirement - MCR), ktorá udáva tiež hranicu kapitálu, pod ktorú poisťovňa nesmie klesnúť, aby jej nebola odobraná licencia. Z hľadiska výpočtu technických rezerv, ide o určenie pravidiel pre ich tvorbu s prihliadnutím na konkrétne podmienky a akceptovanie rozdielov technických rezerv v životnom a neživotnom poistení.

- Druhý pilier týkajúci sa kvalitativných požiadaviek kladie dôraz na zásady riadenia poisťovien a na vnútorný kontrolný systém. Riziká, ktoré nie je možné určiť v prvom pilieri, musia byť zhodnotené aspoň kvalitatívne v druhom pilieri. Zahrňuje napríklad princípy vnútornej kontroly, riadení rizík, investičné pravidlá, či úlohy predstavenstva a managementu.

- V treťom pilieri je riešená tržná disciplinovanosť poisťovne, teda zverejňovanie informácií a zvyšovanie transparentnosti trhu. Jeho cieľom je poskytovať klientom poisťovní, ratingovým agentúram a ostatným stranám obraz o rizikovosti poisťovne.

Od zavedenia Solvency II do poistného trhu sa očakáva posilnenie posudzovania rizika v európskom priestore, rovnako tiež zvýšenie transparentnosti a otvorenosti trhu, čím by mal byť poistný trh bezpečnejší. Tento projekt umožní definovať riziká, ktoré poisťovne ohrozujú. Riadiaci management bude môcť kompletne kontrolovať vystavenie poisťovne rizikám pri ich upisovaní. To zabráni upísaniu nežiadúcich veľkých rizík, ktoré by poisťovňu mohli výrazne poškodiť a tomu sa budeme venovať v nasledujúcej kapitole pri analýze modelu pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík.

2. Aplikované metódy

V druhej kapitle mojej diplomovej práce si predstavíme dve známe početné metódy, s ktorými sme pracovali, a to simulácie Monte Carlo a metódu bootstrap.

V kapitole je použitá literatúra [3, 4, 7, 16].

2.1. Simulácie Monte Carlo

Skúmaný matematický model je simulačným modelom vytvoreným v MS Excel. V modeli je použitá známa stochastická simulačná metóda analýzy rizika, a to metóda Simulácií Monte Carlo.

Čo si pod pojmom simulácie predstaviť? Simulácie sú jedným zo základných prostriedkov pre modelovanie zahrňujúce riziko a neistotu. Simulovaný systém zachytíme vo forme počítačového modelu, a tak máme možnosť sledovať, čo sa v modeli deje. Simulácia je proces tvorby logicko-matematického modelu reálneho objektu, teda systému na ňom definovaného, alebo procesu rozhodovania a realizácie veľkého počtu experimentov s týmto procesom. Cieľom je:

- popísanie systému,
- zistenie jeho funkcie, resp. funkcií,
- odhad jeho budúceho správania,
- nájdenie riešenia problému,
- návrh a overenie funkcie novej štruktúry systému.

Matematicky si simulácie predstavíme na nasledujúcej úlohe.

Majme úlohu určiť náhodnú veličinu danú funkciou iných náhodných veličin. Obecne ju môžeme zapísať takto:

$$Y = f\left(X_1, X_2, ..., X_n\right),$$

kde Y znamená výstupnú náhodnú veličinu a $X_1, X_2, ..., X_n$ predstavujú vstupné náhodné veličiny. V našom modeli je hľadaná výstupná veličina funkciou náhodných veličin predstavujúcich škody z jednotlivých uzavretých poistných zmlúv.

Analytický postup riešenia takejto úlohy by mohol byť veľmi komplikovaný a pri zložitejších funkciach a prípadnej závislosti vstupných veličin dokonca bezvýsledný. Preto jedným z najefektivnejších spôsobov jej riešenia sú Simulácie Monte Carlo.

Simulácie Monte Carlo sú často používanými numerickými metódami v aplikovanej ekonómii, ale aj v iných oblastiach. Štatistická významnosť výsledkov je zaručená zákonom veľkých čísel, ktorý si teraz uvedieme.

Slabým zákonom veľkých čísiel sa riadi postupnosť náhodných veličin $\{X^n\}_1^\infty$, ak postupnosť $\left\{Y_n = \frac{1}{n}\sum_1^n \left[X_j - E\left(X_j\right)\right]\right\}$ konverguje podľa pravdepodobnosti k nule, to znamená

$$\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[X_j - E\left(X_j\right)\right]| \geq \epsilon) = 0, \forall\epsilon > 0.$$

Zákon veľkých čísiel hovorí, že čím väčší je počet členov našeho výberu, tým viac sa budú vypočítané výberové charakteristiky blížiť charakteristikám teoretickým.

Každá simulácia by mala prebiehať podľa určitého algoritmu. V prvom kroku určíme kritérium hodnotenia, to znamená veličinu, ktorú sledujeme. Tento krok je identifikáciou problému, v ktorom je zakorenená motivácia a aj účel, prečo je problém skúmaný.

Dôležitým krokom je stanovenie rozdelení pravdepodobnosti vstupných veličín. Môžeme k nemu pristupovať dvomi spôsobmi. Ak máme k dispozícií historické dáta, tak môžeme na ich základe odhadnúť teoretické rozdelenie pre naše veličiny. Hovoríme o objektívnom prístupe. Ak však takéto dáta nemáme, pristupujeme k výberu subjektívne, to znamená, že stanovenie rozdelenia je založené na názoroch expertov, ktorí majú vedomosti o vstupných veličinách. Naše rozdelenia v modeli a ich parametre sú umelo odhadnuté, pretože historické dáta poskytnuté nemenovanou poisťovňou neboli dostačujúce a nemali sme možnosť expertných odhadov.

Treba si tiež uvedomiť prípadnú štatistickú závislosť vstupných parametrov, ktorú by sme mali rešpektovať, aby sme sa vyhli chybným výsledkom. K modelovaniu štatistickej závislosti možno použiť napríklad korelačný koeficient alebo obálkovú metódu.

Samotná simulácia je proces náhodného výberu konkrétnych hodnôt vstupných veličín z preddefinovaných rozdelení, ktorý opakujeme dostatočne mnohokrát, odporúča sa minimálne 1 000 krát. Proces náhodného výberu je teda založený na generovaní náhodných čísiel.

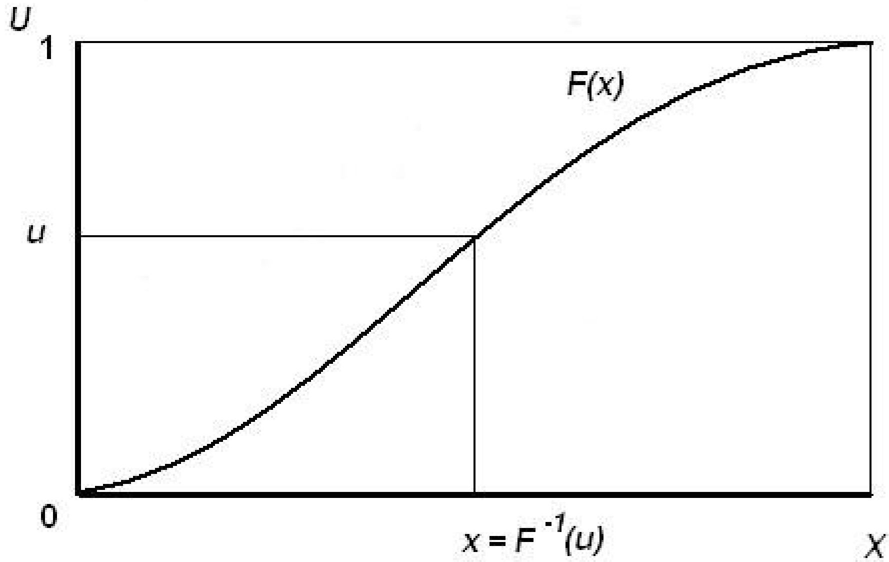
Generovanie náhodných čísiel prebieha v dvoch krokoch. Najprv sa vygenerujú hodnoty náhodnej veličiny s rovnomerným rozdelením z intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Následne sú získané hodnoty s rovnomerným rozdelením prevedené na hodnoty náhodnej veličiny s konkrétnym pravdepodobnostným rozdelením. Generovanie náhodných čísiel využíva metódu inverznej transformácie, ktorú teraz vysvetlíme.

Majme náhodnú veličinu X s distribučnou funkciou $F : R \to \langle 0, 1\rangle$. Špeciálny software vygeneruje na základe špeciálnych algoritmov, ktoré slúžia pre generovanie hodnôt náhodnej veličiny z rovnomerného rozdelenia pravdepodobnosti na intervale $[0, 1]$ hodnotu u. Odpovedajúca hodnota háhodnej veličiny X je potom vyjadrená vzťahom

$$x = F^{-1}(u) = inf\left\{x \in H_x | F(x) \geq u\right\},$$

kde $H(x)$ značí obor hodnôt náhodnej veličiny X.

Inverznú transformáciu môžeme použiť na základe vety, ktorá hovorí, že ak $F(x)$ je distribučná funkcia a $F^{-1}(u)$, $0 < u < 1$, je existujúca inverzná funkcia k distribučnej funkcii a nech náhodná veličina U má rovnomerné rozdelenie $R(0, 1)$, potom náhodná veličina $X = F^{-1}(U)$ má rozdelenie pravdepodobnosti s distribučnou funkciou $F(x)$.



Obrázok 8: Metóda inverznej transformácie

Každé samostatné opakovanie procesu náhodného výberu sa nazýva simulačný krok. V každom simulačnom kroku program vygeneruje hodnoty vstupných náhodných veličín z ich rozdelení pravdepodobností, hovoríme, že vytvorí určitý scenár. Scenár predstavuje jeden možný vývoj reálnej situácie. Po prevedení simulácií sa zostavia súhrnné štatistiky ukazovateľov hodnotenia napríklad medián, rozptyl, kvantily. Ďalej sa budeme venovať matematickému modelu podrobnejšie.

2.2. Metóda bootstrap

Myšlienka nášho nového algoritmu je založená na metóde *bootstrap*, ktorá patrí medzi počítačové metody pre štatistickú analýzu dat. Metóda *bootstrap* generuje hodnoty priamo z historických dat samotných. To znamená, ak máme k dispozícii hodnoty $x_1, ..., x_n$, potom každej z nich priradíme pravdepodobnosť $1/n$ a potom náhodne generujeme hodnoty z takto definovaného rozdelenia pravdepodobnosti. Bližšie si ju vysvetlíme v ďalšom texte. Použili sme literatúru [10].

Metoda bootstrap

Uvažujme nezávislé rovnako rozdelené náhodné veličiny $X_1, ..., X_n$, ktorých distribučná funkcia F nie je bližšie určená. Nech $\theta = \theta(F)$ je nejaká charakteristika rozdelenia, ktorá pre nás predstavuje neznámy parameter, ktorý má byť odhadnutý na základe realizácie náhodného výberu.

Nech $T_n = T_n(X_1, ..., X_n)$ je štatistika pre odhad parametra θ a nech $R_n = R_n(X_1, ..., X_n)$ je nejaká jej vhodne štandardizivaná verzia alebo nejaká jej funkcia. Nech ďalej

$$H_n(x) = P[R_n(X_1, ..., X_n; F) \leq x]$$

označuje distribučnú funkciu štatistiky R_n.

Explicitné odvodenie rozdelenia H_n a výpočet číselných charakteristik môžu byť v špecifických prípadoch zložité, či dokonca analyticky neprevediteľné, a to i v prípade, že je distribučná funkcia F známa. V takom prípade postupujeme už pre nás známou metodou simulácie Monte Carlo.

Avšak oveľa častejšie je distribučná funkcia F neznáma, čo platí i v našom prípade. Preto je možné aproximovať H_n asymptotickým rozdelením, ktoré môžeme odvodiť na základe limitných viet teórie pravdepodobnosti. Presnosť takejto aproximácie je ovplyvnená a obmedzená počtom pozorovaní, ktoré máme k dispozícii. Riešenie ponúka Metoda *bootstrap*, ktorá kombinuje tzv. substitučný princíp a metodu Monte Carlo. Vysvetlime si substitučný princíp.

Nech $F_n(x)$ je nejaký odhad distribučnej funkcie. Najčastejšie sa používa empirická distribučná funkcia založená na náhodnom výbere $X_1, ..., X_n$, čiže

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} I[X_i \leq x],$$

kde $I[A]$ značí indikátor množiny A. Preto pri daných hodnotách $X_1, ..., X_n$ je pre nás F_n známa funkcia.

Nech $X_1^*, ..., X_n^*$ je nezávislý náhodný výber z $F_n(x)$, to znamená, že pri daných pozorovaniach $X_1, ..., X_n$ sú $X_1^*, ..., X_n^*$ podmienene nezávislé, rovnako rozdelené náhodné veličiny, z ktorých každá nadobúda hodnôt $x_1, ..., x_n$ s pravdepodobnosťou $\frac{1}{n}$. Súbor $X_1^*, ..., X_n^*$ sa nazýva *bootstrapový výber*. V nasledujúcich úvahách je pôvodný výber nahradený bootstrapovým výberom a neznáma distribučná funkcia F známou distribučnou funkciou F_n. Takto získame $\theta^* = \theta(F)$ a štatistiky $T_n^* = T_n(X_1^*, ..., X_n^*)$ a $R_n^* = R_n(X_1^*, ..., X_n^*)$. Teraz môžeme definovať distribučnú funkciu

$$H_n(x)^* = P^*(R_n(X_1^*, ..., X_n^*; F) \leq x)$$

hovoríme jej teoretická distribučná funkcia získaná metodou bootstrap.

Dôležité je uvedomiť si, že presné stanovenie bootstrapového rozdelenia by vyžadovalo prevedenie všetkých n^n možných výberov z pozorovaných hodnôt $x_1, ..., x_n$. Čo je však možné uskutočniť len pre výbery menšieho rozsahu.

Preto sa najčastejšie na bootstrapový výber $X_1^*, ..., X_n^*$ a známu distribučnú F_n aplikuje metoda Monte Carlo. Tu sa mnohokrát generuje nezávislý náhodný výber z rozdelení F_n, pri každom opakovaní sa spočítajú hodnoty T_n^*, R_n^* a z nich sa určí aritmetický priemer. Takto dostaneme *bootstrapové odhady* pôvodného rozdelenia.

Medzi výhody tejto metódy patrí jej univerzálnosť a praktickosť, lebo nie je nutné stanoviť akékoľvek predpoklady o náhodnom procese, ktorý data generuje. Jedným z jej nedostatkov je, že data z ktorých vychádzame sú len výberové a nemusia vhodne reprezentovať všetky hodnoty, ktoré môžu nastať.

3. Model pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík

Hlavným cieľom vytvoreného matematického modelu je oceňovanie prijatého rizika z hľadiska očakávaného zisku a nákladov na kapitál, ktorý by mal byť prakticky využiteľný pri upisovaní poistných zmlúv hlavne v oblasti poisťovania veľkých priemyselných rizík. V prvej časti kapitoly venovanej analýze modelu celý model predstavíme.

3.1. Popis vytvoreného matematického modelu

Úlohou vytvoreného matematického modelu je spočítať hodnoty ukazovateľov, ktoré umožnia v priebehu upisovacieho roku sledovať ako upisovatelia pracujú s kapitálom a to, či nimi zvolená cenová politika odpovedá požadovanej miere zhodnotenia vloženého kapitálu a či upisované rizikové portfólio splňuje požiadavky Solvency II, konkrétne dodržanie regulatorne požadovaného kapitálu na krytie rizík. Matematický model bol vytvorený v programe MS Excel 2010. Pri popise modelu vychádzame z literatúry [8].

Upisovateľ zadáva vstupné parametre:

- objem vlastného kapitálu umiestneného na vybraný druh poistenia,
- veľkosť obchodných a prevádzkových nákladov a to v percentách z vybraného poistného,
- požadovaný rating, ktorý vyjadruje koľko percent regulovane požadovaného kapitálu podľa Solvency II má tvoriť umiestnený kapitál,
- požadovaný zisk ROE, ktorý predstavuje investormi požadovanú hodnotu očakávaného ROE daného ako percentá z vlastného kapitálu.

Pri uzatváraní novej poistnej zmluvy upisovateľ zadá dohodnuté hodnoty, a to konkrétne poistnú čiastku (PČ), prípadne hodnotu PML, poistnú sadzbu, z ktorej sa vypočíta poistné. Môže určiť tiež výšku excendentnej spoluúčasti alebo parametre percentuálnej spoluúčasti s minimálnou i maximálnou spoluúčasťou. A nakoniec zvolí kombináciu stupňov početnosti škôd a závažnosti škôd. Niekdy sa poisťuje na jednu poistnú zmluvu viacero nezávislých objektov súčasne, to znamená, že patria jednej firme, avšak sú postavené na rôznych miestach alebo sú špeciálne oddelené. Tieto objekty môžu mať odlišné parametre, napríklad spadajú do rôznych kategórií rizikovosti. V takom prípade model umožňuje zapísať v jednej zmluve viacej rizík. Model tiež obsahuje poistný kmeň s informáciami o už uzavretých poistných zmluvách. Jednou z jeho výhod je, že upisovateľovi umožňuje priamo analyzovať, aký vplyv na aktuálne hodnoty sledovaných ukazovateľov bude mať upísanie novej poistnej zmluvy s navrhovanou sadzbou a parametrami spoluúčasti.

V modeli sú nastavené tri stupne početnosti škôd a rovnaké tri stupne označujú aj závažnosť týchto škôd. Prvým stupňom je malá početnosť a malá závažnosť škôd označovaná písmenom "M", druhým stupňom je stredná označovaná ako "S" a nakoniec veľká početnosť a veľká závažnosť škôd označovaná ako "V". Samozrejme je možná kombinácia jednotlivých stupňov početnosti škôd a ich závažnosti, čo znamená, že v modeli je teda nastavených 9 rizikových kategórií.

Ako sme už v prvej kapitole v časti venovanej matematickej štatistike uviedli, početnosť škôd je modelovaná Poissonovým rozdelením s troma rôznymi parametrami pre jej jednotlivé stupne. Nastavené hodnoty predstavujú počet škôd, ktoré nastali v priebehu jedného roku.

Ďalej si vysvetlíme spôsob, akým sme určili rozdelenie pravdepodobnosti zvolených troch stupňov závažnosti možných škôd. Hodnoty závažnosti škôd sú určené z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a predstavujú hodnotu podielu výšky škody k veľkosti PML alebo, ak nie je zadaná PML, k veľkosti PČ daného rizika. Pre každý stupeň sa zvolila maximálna hodnota typického rozsahu podielu škody na PML, ktorú budeme ďalej označovať ako medz a pravdepodobnosť, s akou bude táto medz prekročena.

Prekročenie určenej medze berieme ako katastrofickú udalosť pre dané riziko. Táto škoda však nemusí hneď znamenať pre poisťovňu skutočnú katastrofu. Pre klasickú závažnosť škody v samostatných stupňoch závažnosti a pre realizáciu katastrofickej udalosti bolo vybrané Beta rozdelenie s modifikovanými medzami.

Pri generovaní celkovej výšky škody z daného rizika sa najprv vygeneruje počet škôd na základe zvoleného stupňa početnosti škôd. Výška jednotlivých škôd je potom v závislosti na stupni ich závažnosti určená tak, že sa najprv zistí, či ide o klasickú škodu alebo sme sa dostali ku katastrofickej udalosti a až potom sa vygeneruje z príslušného rozdelenia hodnota podielu škody na PML a táto hodnota sa následne vynásobí danou hodnotou PML. Ak nie je užívateľom zadaná výšky PML, berieme namiesto nej hodnotu PČ.

V modeli simuláciou vygenerované scenáre predstavujú škody z daného súboru uzavretých poistných zmlúv v jednom roku. Po odčítaní spoluúčastí dostaneme vyplatené poistné plnenia za tento rok. Z nich sa potom vypočítajú hľadané veličiny, ktoré sú základom pre výpočet sledovaných ukazovateľov, a to priemerné plnenie a 0,995-kvantil, ktorý sme označili ako $\mathrm{Q}_{0,995}$.

Sledovanými kritériami sú pre nás rentabilita označovaná ako ROE a regulovane požadovaný kapitál RAC. Model tiež vypočíta pomocné ukazatele. Vysvetlime si všetky potrebné veličiny a ukážme si výpočet jednotlivých ukazovateľov.

- **Predpísané poistné**

  Predpísané poistné je celková suma vybraného poistného zo zmlúv v poistnom kmeni.

- **RAC**

  RAC (Risk Adjusted Capital) je regulovane požadovaný kapitál na krytie ním upísaných poistných zmlúv. Tento už spotrebovaný kapitál spolu so zahrnutým požadovaným ratingom určíme podľa metodiky Solvency II vzťahom:

$$\mathrm{RAC} = \mathrm{rating} \cdot [Q_{0,995} - \text{poistné} \cdot (1 - \text{náklady})].$$

- **Ostávajúci kapitál**

  Ostávajúci kapitál je rozdiel medzi vlastným kapitálom a RAC. Je to kapitál, s ktorým upisovateľ môže ešte ďalej kryť upisované zmluvy.

- **Očakávaný škodný pomer**

  Očakávaný škodný pomer vypočítame vzťahom:

$$\text{ŠP} = \frac{\text{priemerné plnenie}}{\text{poistné}} \cdot 100\%.$$

- **Očakávané ROE z VK**

  ROE (Return On Equity) vyjadruje ziskovosť, čiže očakávané ROE z VK vyjadruje očakávané zhodnotenie vlastného kapitálu. Hodnotu očakávaného ROE z vlastného kapitálu určíme ako:

$$\text{ROE z VK} = \frac{\text{poistné} \cdot (1 - \text{náklady}) - \text{priemerné plnenie}}{\text{VK}} \cdot 100\%.$$

- **Očakávané ROE z RAC**

  Pre lepšiu predstavu o zhodnotení umiestneného kapitálu model ukazuje aj zhodnotenie spotrebovaného kapitálu v ukazateli očakávaný ROE z RAC:

$$\text{ROE z RAC} = \frac{\text{poistné} \cdot (1 - \text{náklady}) - \text{priemerné plnenie}}{\text{RAC}} \cdot 100\%.$$

Hodnoty očakávaného škodného pomeru, očakávaného ROE z RAC a očakávaného ROE z VK sú uvedené v percentách.

Získali sme predstavu, ako model vyzerá a vieme, čo a akým spôsobom počíta. V druhej časti predstavíme vlastný rozvoj modelu, v ktorom ukážeme riešenie stanovených cieľov diplomovej práce.

3.2. Model pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia

Naším cieľom je nájsť spôsob, akým by sa dalo odhadnúť, či upisovateľmi zvolená taktika uzatvárania poistných zmlúv je správna vzhľadom k určeným kritériam, teda či bude odpovedať požadovanej miere zhodnotenia vloženého kapitálu pri dodržaní kritéria o regulatorne požadovanom kapitáli RAC. Súčasne táto úloha rieši aj otázku stanovenia počtu zmlúv, ktoré je potreba uzavrieť pre dosiahnutie požadovanej miery zhodnotenia kapitálu s dodržaním požiadavky postačiteľnosti kapitálu. Vyriešením tohto problému by sme mali získať novú predstavu o vývoji zvolenej cenovej politiky upisovateľa, čo bude hlavným prínosom mojej diplomovej práce. Teraz si bližšie predstavíme tento problém a následne ukážeme a vysvetlíme jeho riešenie.

Upisovateľ dostal od poisťovne pridelený vlastný kapitál a uzatvára poistné zmluvy. Pridelený vlastný kapitál mu postupne ubúda v dôsledku krytia rizík týchto uzatváraných poistných zmlúv. Pri upisovaní stanovuje určité parametre v zmluve, a to poistné čiastky, poistné sadzby a dohaduje typy a výšky spoluúčasti. V priebehu upisovacej činnosti môže pomocou vytvoreného matematického modelu kontrolovať, ako sa vyvíja jeho situácia. To znamená, že po zadaní dohodnutých parametrov a zvolení kategórií rizikovosti v modeli uvidí, koľko kapitálu už spotreboval na krytie rizík a ako postupuje jeho zhodnocovanie, čiže či sa očakávané zhodnotenie uzavretých poistných zmlúv z vlastného kapitálu blíži k požadovanej miere zhodnotenia. V modeli je nastavený aj ukazovateľ, ktorý počíta koľko zmlúv by mal upisovateľ ešte uzavrieť v rovnakom duchu ako doteraz, aby dosiahol požadovanú mieru zhodnotenia. V diplomovej práci riešime tento problém stanovenia odhadu počtu zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia, a či vôbec upisovateľ pri zvolenej cenovej politike tohto zhodnotenia dosiahne.

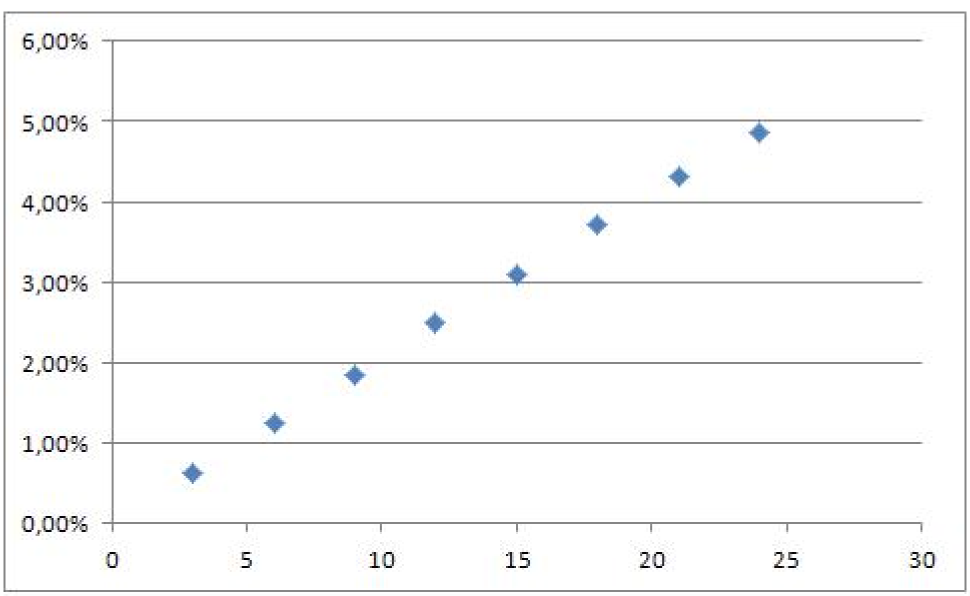
Jednotlivé veličiny, s ktorými budeme počítať, si pre zrozumiteľnosť označíme:

- pož. ROE … požadovaná miera zhodnotenia,
- n … počet uzavretých poistných zmlúv v zvolenom poistnom kmeni,
- OK … ostávajúci kapitál,
- oč. ROE z VK … očakávaná miera zhodnotenia vlastného kapitálu,

- m ... počet zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia.
- $Q_{0,995}$ ... kvantil Value at Risk,
- Pr.Pl. ... priemerné poistné plnenie.

Najprv chceme určiť počet zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia. Ukážeme si postup, ktorým sme stanovili tento počet poistných zmlúv a uvedieme si zistenia z jeho výsledov.

Na začiatku sme si zvolili určitý poistný kmeň s danými poistnými zmluvami. Postupne sme pridávali do tohto poistného kmeňa poistné zmluvy rovnakého typu ako sú dané zmluvy v kmeni a skúšali sme ich simulovať. Získané hodnoty simulácií postupne pridávaných poistných zmlúv rovnakého typu sme zanalyzovali. Ukázala sa linearita takto zvoleného výpočtu, ktorú môžeme vidieť na obrázku 9, kde na ose x je počet uzavretých poistných zmlúv a na ose y je ich dosiahnuté zhodnotenie. Znamená to, že každá ďalšia upísaná poistná zmluva v rovnakom duchu ako zmluvy upísané doteraz, prispeje k zmene sledovaného ukazovateľa očakávanej miery zohodnotenia rovnakým dielom.



Obrázok 9: Počet zmlúv na požadované ROE

Odhad počtu poistných zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia je vyjadrený vzorcom

$$m = \frac{\text{pož. ROE}}{\text{oč. ROE z VK}} \cdot n.$$

Ukazovateľ odhadu počtu poistných zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia nám ukáže koľko zmlúv ešte treba upísať, aby bolo dosiahnuté požadované zhodnotenie, avšak nehovorí nič o druhom sledovanom kritériu, a to či nám vystačí kapitál na krytie rizík upísaných poistných zmlúv. To znamená, či vôbec upisovateľ môže toľko zmlúv upísať. Mali by sme rovnako sledovať, ako by to vyzeralo, ak by bol kapitál blízko nule. Preto sme sa rozhodli vytvoriť nový algoritmus, ktorý naväzuje na získané výsledky z vytvoreného matematického modelu a sám predikuje správanie zvolenej cenovej taktiky upisovateľa.

Predstavme si novo vytvorený model, ktorý rieši problém stanovenia odhadu počtu zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia pri dodržaní kritéria postačiteľnosti kapitálu. Myšlienka nášho nového modelu je založená na metóde bootstrap, ktorá bola popísaná v 2. kapitole. Model bol vytvorený pomocou programu MS Excel 2010 s využitím implementácie Visual Basic for Application (VBA), ktorá umožňuje tvorbu makier. Makro je program, ktorý umožňuje automatické prevádzanie série úloh, a tak urýchľuje výpočty v Exceli.

Kvôli zrýchleniu výpočtov nového modelu pri simulovaní škôd vychádzame z už nasimulovaných škodných scenárov daného poistného kmeňa pomocou vytvoreného matematického modelu popísaného v kapitole 3.1. V našom prípade jednotlivé scenáre vyjadrujú výsledné hodnoty poistných plnení z uzavretých poistných zmlúv.

Na priloženom CD užívateľ nájde dva súbory: *Model.xlsm* a *Data.xlsx* a zložku s názvom Analýza modelu, ktorej sa budeme venovať v kapitole 3.3. V prvom súbore Model.xlsm prebiehajú samotné výpočty nového modelu pomocou príslušného naprogamovaného makra. V druhom súbore Data.xlsx sú uložené už nasimulované škodné scenáre z jednotlivých poistných zmlúv daného poistného kmeňa a hodnoty poistného za tieto zmluvy.

Pri nasimulovaných scenároch v súbore *Data.xlsx* sme vychádzali z vytvoreného matematického modelu nasledujúcim spôsobom. Do modelu sme postupne zadávali dohodnuté parametre vybraných poistných zmlúv a simulovali sme zmluvy samostatne jednu zmluvu po druhej. Po každej novej poistnej zmluve a jej následnej simulácii sme získané hodnoty škodných scenárov ukladali do súboru Data.xlsx. V rovnakom poradí sme do neho zaznamenali aj poistné dohodnuté v jednotlivých poistných zmluvách.

Poďme si ďalej ukázať ako má užívateľ postupovať pri skúšaní nového modelu. Užívateľ si teraz otvorí súbor *Model.xlsm*. Na prvom liste môže vidieť hodnoty vstupných parametrov, počet zmlúv, výsledné hodnoty, hodnoty $Q_{0,995}$ a priemerného plnenia a počet simulovaných scenárov. Hodnoty vstupných parametrov sú nastavené vzhľadom k tomu, aký vlastný kapitál bol pridelený upisovateľovi poisťovňou, aký má byť požadovaný rating, výšku obchodných a prevádzkových nákladov, a hodnotu požadovanej miery zhodnotenia, ktorú chce dosiahnuť. Vstupné parametre môže užívateľ meniť podľa vlastného uváženia. Počet zmlúv je rovný počtu zmlúv v danom poistnom kmeni. Vo výsledných hodnotách je zadaná výška predpísaného poistného za všetky zmluvy z daného poistného kmeňa. Hodnoty $Q_{0,995}$ a priemerného plnenia vychádzajú z uložených nasimulovaných scenárov za poistný kmeň. Na základe vstupných parametrov, hodnôt predpísaného poistného, $Q_{0,995}$ a priemerného plnenia sa vo výsledných hodnotách spočítajú nasledujúce sledované ukazovatele: požadovaný kapitál RAC, ostávajúci kapitál, očakávaný škodný pomer, očakávané ROE z VK, očakávané ROE z RAC a odhad počtu poistných zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia. Počet scenárov je nastavený podľa počtu nasimulovaných hodnôt, s ktorými chceme pracovať.

Na tomto liste sú aj dve sivé tlačidlá "Spustiť" a "Reštart". Prvým tlačidlom "Spustiť" užívateľ spustí nový model a druhým tlačidlom "Reštart" pripraví model na opätovné spustenie. Vysvetlime si, čo sa v modeli deje.

Máme zvolený poistný kmeň upísaných zmlúv. Chceme zistiť, či ak budeme uzatvárať nové poistné zmluvy v rovnakom duchu, v akom sú upísané zmluvy v danom poistnom kmeni, splníme kritéria požadovaného zhodnotenia pri dodržaní postačujucého kapitálu a koľko zmlúv je takýmto spôsobom ešte nutné upísať.

Nový model sa riadi tromi podmienkami. Prvá podmienka je určená postačiteľnosťou kapitálu. Je zadaná v zmysle určitej hranice hodnoty ostávajúceho kapitálu, ktorým ešte upisovateľ môže kryť riziká z upisovaných poistných zmlúv.

Druhou podmienkou, ktorou sa model riadi, je dosiahnutie požadovanej miery zhodnotenia sledovanej v hodnote ukazateľa očakávaného ROE z RAC.

Vzhľadom k tomu, že môže nastať situácia, kedy ani jedno z kritérií nemusí byť splnené pri reálne dosiahnuteľnom počte zmlúv, do modelu sme pridali tretiu podmienku na maximálny počet uzavretých poistných zmlúv. Táto podmienka plynie zo skutočnosti, že upisovateľ je schopný upísať len konečný počet poistných zmlúv. Maximálny počet uzavretých zmlúv v modeli je nastavený na hodnotu 300 zmlúv, avšak je to teoretická hodnota nami určená, ktorú si užívateľ môže prispôsobiť podľa vlastnej potreby. Prejdime k samotnému fungovaniu modelu.

Hlavnou myšlienkou modelu je navyšovanie počtu upísaných zmlúv v určitom duchu, pri ktorom sledujeme vývoj ostávajúceho kapitálu a očakávaného zhodnotenia vlastného kapitálu. Proces modelu sme rozdelili do dvoch fázy. V 1. fáze zvolený aktuálny poistný kmeň najprv postupne navyšujeme o rovnaký počet poistných zmlúv, ktoré práve obsahuje. Zaujíma nás, ako sa sledované hodnoty veličín menia, keď sa požadovaný kapitál blíži tesne k vyčerpaniu. Pre zvýšenie presnosti sme preto stanovili hranicu, ku ktorej keď kapitál dôjde, tak sa v 2. fáze programu súčasný poistný kmeň začne navyšovať už len o jednu poistnú zmluvu náhodne vybranú z už uzavretých poistných zmlúv z daného poistného kmeňa. Hodnota hranice ostávajúceho kapitálu je 500 000 Kč. Je to tiež hodnota nami zvolená, ktorú si užívateľ môže prispôsobiť podľa daných okolností.

Čitateľovi teraz podrobne vysvetlíme, čo sa postupne pri výpočtoch v novom modeli deje a popíšeme mu, ako si môže náš nový model vyskúšať sám.

Po spustení modelu sa vytvoria pomocné listy potrebné k jednotlivým výpočtom. Ako prvé sa overí, či už nie je ostávajúci kapitál vyčerpaný, konkrétne či je nad nami zvolenou hraničnou hodnotou a či očakávané ROE dosiahlo hodnotu požadovaného ROE. Ak sú tieto podmienky splnené, model končí, pretože požadované zhodnotenie by malo byť dosiahnuté. Ak je ostávajúci kapitál vyšší ako zvolená hraničná hodnota a očakávané ROE nedosiahlo hodnotu požadovaného ROE, začína 1. fáza modelu.

Z hodnôt súčasných scenárov aktuálneho poistného kmeňa sa vytvoria náhodným výberom náhodne vybrané scenáre. Ide o priamu aplikáciu metódy bootstrap, ktorá je popísaná v 2. kapitole. Náhodne vybrané scenáre sa pričítajú k pôvodným súčasným scenárom a my získame nové scenáre.

$$\text{nové scenáre} = \text{súčasné scenáre} + \text{náhodne vybrané scenáre}.$$

Z nových scenárov sa spočítajú veličiny $Q_{0,995}$ a priemerné plnenie. Počítajú sa pomocou excelovských funkcií. Hodnota $Q_{0,995}$ sa vypočíta ako $0,995$-kvantil nových scenárov a priemerné plnenie získame ako priemer nových scenárov.

$$Q_{0,995} = \text{PERCENTIL (nové scenáre; 0,995)},$$

$$\text{Pr.Pl.} = \text{AVERAGE (nové scenáre)}.$$

Počet zmlúv sa navýši rovnakým počtom zmlúv aký je v aktuálnom poistnom kmeni, teda dostaneme $n + n = 2n$ zmlúv. Rovnakým spôsobom sa navýši aj predpísané poistné.

Nakoniec sa spočítajú hodnoty RAC, ostávajúceho kapitálu, očakávaného škodného pomeru, očakávané ROE z VK, očakávané ROE z RAC a očakávaný počet poistných zmlúv nutných k dosiahnutiu požadovanej miery zhodnotenia. Ich predpisy vychádzajú z vytvoreného matematického modelu:

$$\text{RAC} = \text{rating} \cdot [Q_{0,995} - \text{poistné} \cdot (1 - \text{náklady})].$$

$$\text{OK} = \text{VK} - \text{RAC},$$

$$\text{ŠP} = \frac{\text{Pr.Pl.}}{\text{poistné}} \cdot 100\%.$$

$$\text{oč. ROE z VK} = \frac{\text{predpísané poistné} \cdot (1 - \text{náklady}) - \text{Pr.Pl.}}{\text{VK}} \cdot 100\%,$$

$$\text{oč. ROE z RAC} = \frac{\text{poistné} \cdot (1 - \text{náklady}) - \text{priemerné plnenie}}{\text{RAC}} \cdot 100\%.$$

$$\text{m} = \frac{\text{pož. ROE}}{\text{oč. ROE z VK}} \cdot \text{n}.$$

Teraz sa otestuje opäť podmienka, či je ostávajúci kapitál vyšší ako zvolená hraničná hodnota a či je očakávané ROE dosiahlo hodnotu požadovaného ROE a súčasne sa overí už aj tretia podmienka maximálneho počtu uzavretých zmlúv. Môžu nastať 4 situácie:

1. Ak je ostávajúci kapitál vyšší ako zvolená hraničná hodnota, očakávané ROE stále nedosiahlo hodnotu požadovaného ROE a my sme nedosiahli maximálny počet uzavretých zmlúv, model pokračuje opäť 1. fázou.

2. Ak je ostávajúci kapitál vyšší ako zvolená hraničná hodnota, očakávané ROE stále nedosiahlo hodnotu požadovaného ROE a my sme už dosiahli maximálny počet uzavretých zmlúv, model končí.

3. V prípade, že je ostávajúci kapitál vyšší ako zvolená hraničná hodnota a očakávané ROE konečne dosiahlo hodnotu požadovaného ROE, model končí a znamená to, že požadované zhodnotenie by malo byť dosiahnuté.

4. A nakoniec, ak je ostávajúci kapitál už nižší ako zvolená hraničná hodnota a očakávané ROE nedosiahlo hodnotu požadovaného ROE, model prechádza do 2. fázy.

Model sa vráti o krok späť, to znamená, že sa odpočíta posledných n zmlúv a ním odpovedajúce zmeny hodnôt jednotlivých ukazovateľov a začne 2. fáza, ktorá spočíva v navyšovaní počtu upísaných zmlúv o jednu náhodne vybranú zmluvu z už uzavretých poistných zmlúv z daného poistného kmeňa. Pokračuje sa overením, či nie je ostávajúci kapitál vyčerpaný a či očakávané ROE dosiahlo hodnotu požadovaného ROE. Môžu nastať 3 situácie:

1. Ak ostávajúci kapitál nie je vyčerpaný a očakávané ROE dosiahlo hodnotu požadovaného ROE, model končí, požadované zhodnotenie by malo byť dosiahnuté.

2. Ak je už ostávajúci kapitál vyčerpaný, model končí, lebo nemám k dispozícii kapitál na krytie rizík z nových zmlúv.

3. Ak však nie je ostávajúci kapitál vyčerpaný a očakávané ROE nedosiahlo hodnotu požadovaného ROE, model pokračuje 2. fázou.

V prvom kroku 2. fázy sa otvorí druhý súbor *Data.xlsx*. Náhodne sa z neho vyberú scenáre a príslušné poistné jednej poistnej zmluvy. Vybrané scenáre sa náhodným výberom zmenia a pripočítajú sa k aktuálnym hodnotám scenárov súčasného poistného kmeňa. Z nových scenárov sa rovnako ako v prvej časti algoritmu spočíta $Q_{0,995}$ a priemerné plnenie. Avšak zmena nastáva pri hodnote počtu zmlúv a predpísaného poistného. Uvažujme, že 1. fáza prebehla m-krát, potom sme sa vrátili o krok späť, čiže aktuálny počet zmlúv je $(m-1)\cdot n$. Teraz sa tento počet navýši iba o jednu poistnú zmluvu. To znamená, že dostaneme $(m-1)\cdot n+1$ zmlúv. Predpísané poistné sa navýši len o vybrané poistné danej zmluvy.

Ďalej sa postupuje rovnako ako v 1. fáze. Z $Q_{0,995}$ a priemerného plnenia sa spočítajú sledované ukazatele: RAC, ostavajúci kapitál, očakávaný škodný pomer, očakávané ROE z ROE z VK, očakávané ROE z RAC a očakávaný počet zmlúv potrebných k posiahnutiu požadovaného zhodnotenia. Overia sa všetky tri podmienky a podľa toho, ktorá je splnená, nastane jedna z 3 situácií:

1. Dosiahli sme požadovanú mieru zhodnotenia.

2. Upísali sme maximálny počet poistných zmlúv.

3. Vyčerpali sme celý vlastný kapitál.

Ak však nie je splnená ani jedna z troch podmienok, model pokračuje 2. fázou, až kým jednu z nich nesplní.

Po ukončení modelu užívateľ môže analyzovať získané výsledky. Podľa výsledných hodnôt sledovaných ukazateľov ohodnotí správnosť zvolenej cenovej taktiky upisovateľa. Užívateľ tak môže odhadnúť, či upisovateľ postupuje pri uzatváraní poistných zmlúv správne a ak dosiahol požadované zhodnotenie, vie koľko zmlúv by mal ešte v podobnom duchu upísať.

3.3. Analýza modelu pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia

V poslednej kapitole diplomovej práce sa budeme zaoberať analýzou novo vytvoreného modelu pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia. Budeme skúmať variabilitu výsledných hodnôt sledovaných veličin, a to konečný počet uzavretých zmlúv a dosiahnuté očakávané zhodnotenia vlastného kapitálu. Zaujíma nás, ako sa zmení pri rôznom počiatočnom počte uzavretých poistných zmlúv v poistnom kmeni, ako ju ovplyvní zvýšenie počtu scenárov a budeme porovnávať správanie homogénneho a nehomogénneho poistného kmeňa.

Upresnime si rozdiel medzi homogénnym a nehomogénnym poistným kmeňom. Homogénny poistný kmeň obsahuje uzavreté poistné zmluvy, ktoré majú všetky parametre rovnaké. Zmluvy v nehomogénnom poistnom kmeni sa hodnotami parametrov líšia. Ukážme si ako sme pri analýze postupovali a ako si ju čitateľ môže sám vyskúšať.

Na priloženom CD užívateľ našiel okrem súborov *Model.xlsm* a *Data.xlsx* aj zložku Analýza modelu. Táto zložka kvôli lepšej orientácii obsahuje jednu zložku so súbormi pre analýzu homogénneho poistného kmeňa, druhú zložku pre analýzu nehogénneho poistného kmeňa a súbor *Analýza.xlsx*. Súbor *Analýza.xlsx* obsahuje výsledné hodnoty, z ktorých zistené závery si predstavíme na konci kapitoly. V jednotlivých zložkách určených pre analýzu homogénneho a nehomogénneho poistného kmeňa je uložených 8 súborov. V homogénnom poistnom kmeni sú súbory: *ModelH.10.10000.xlsm*, *ModelH.10.20000xlsm*, *ModelH.30.10000xlsm*, *ModelH.30.20000xlsm*, tiež je tam súbor *DataH.10.10000.xlsx*, *DataH.30.10000.xlsx*, *DataH.10.20000.xlsx* a *DataH.30.20000.xlsx*. Prvé číslo v názve súboru znamená s akým počiatočným počtom uzavretých poistných zmlúv v poistnom kmeni budeme pracovať a druhé číslo znamená počet nasimulovaných škodných scenárov.

Kvôli potrebám analýzy sme jednotlivé súbory *ModelH.10.10000.xlsm*, *ModelH.10.20000xlsm*, *ModelH.30.10000xlsm*, *ModelH.30.20000xlsm*, v ktorých prebiehajú výpočty, oproti pôvodnému súboru *Model.xlsm* z kapitoly 3.2 upravili. Namiesto jedného tlačidla "Spustiť" sú dve tlačidla, a to "Spustiť 10 000" a "Spustiť 20 000". Prvé tlačidlo "Spustiť 10 000" počíta hodnoty pre 10 000 scenárov a druhé tlačidlo "Spustiť 20 000" počíta hodnoty pre 20 000 scenárov.

Súbory *ModelH.10.10000.xlsm* a *ModelH.10.20000xlsm* pracujú s údajmi zo súborov *DataH.10.10000.xlsx* a *DataH.10.20000.xlsx*, čiže získame hodnoty sledovaných veličín pri počiatočnom poistnom kmeni s desiatimi uzavretými poistnými zmluvami pre 10 000 a 20 000scenárov. Súbory *ModelH.30.10000xlsm* a *ModelH.30.20000xlsm* počítajú s údajmi zo súborov DataH.30.10000.xlsx a DataH.30.20000.xlsx, kde počiatočný poistný kmeň má 30 uzavretých poistných zmlúv a rovnako získame výsledky pre 10 000 a 20 000scenárov. Predstavme si poistné zmluvy v jednotlivých poisných kmeňoch.

Homogénny poistný kmeň obsahuje zmluvy s rovnakými parametrami, teda prvý súbor má 10 rovnakých poistných zmlúv a v druhom prípade sme počet navýšili o 20 takýchto istých poistných zmlúv, čiže druhý súbor má 30 poistných zmlúv. Hodnota poistnej čiastky poisťovného objektu je 30 000 000 Kč. V poistných zmluvách sme neuvažovali spoluúčasť.

V nehomogénnom poistnom kmeni sú zmluvy s rôznymi parametrami. V našej analýze sa nehomogénny poistný kmeň od homogénneho odlišuje len zmenou poistných čiastok. Poistné čiastky sú zvolené špecificky. V prvom súbore s desiatimi poistnými zmluvami je osem hodnôt poistných čiastok v rozpätí medzi 10 000 000 Kč až 20 000 000 Kč a zvyšné dve sú desaťnásobne väčšie. Keďže chceme porovnávať rovnaký poistný kmeň v prípadoch s rôznymi počiatočnými počtami uzavretých poistných zmlúv, v druhom súbore s tridsiatimi zmluvami je pridaných ešte 20 poistných zmlúv s rovnakými parametrami ako desať zmlúv v prvom súbore. Čiže máme 24 zmlúv v rozpätí 10 000 000 Kč až 20 000 000 Kč a

6 poistných zmlúv desaťnásobne väčších.

Tabulka 1: Poistné zmluvy v homogénnom poistnom kmeni

	Poistná čiastka	četnost	škoda	poistná sadzba	poistné
1.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
2.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
3.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
4.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
5.	30 000000	S	S	1,5	45 000
6.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
7.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
8.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
9.	30 000 000	S	S	1,5	45 000
10.	30 000 000	S	S	1,5	45 000

Tabulka 2: Poistné zmluvy v nehomogénnom poistnom kmeni

	Poistná čiastka	četnost	škoda	poistná sadzba	poistné
1.	10 000 000	S	S	1,5	45 000
2.	12 000 000	S	S	1,5	45 000
3.	11 000 000	S	S	1,5	45 000
4.	13 000 000	S	S	1,5	45 000
5.	15 000 000	S	S	1,5	45 000
6.	17 000 000	S	S	1,5	45 000
7.	12 000 000	S	S	1,5	45 000
8.	20 000 000	S	S	1,5	45 000
9.	90 000 000	S	S	1,5	45 000
10.	100 000 000	S	S	1,5	45 000

Pri získavaní výsledných hodnôt uložených v súbore *Analýza.xlsx* sme postupovali následovne. Každú možnosť sme v novom modeli pre overovanie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia pustili 20-krát. Vstupné parametre sme upravili tak, aby model vždy končil vyčerpaním kapitálu. Konečné výsledné hodnoty ukazovateľov sme zapísali do súboru *Analýza.xlsx*. Získali sme 20 výsledných hodnôt pre 4 prípady v homogénnom kmeni na prvom liste a 20 výsledných hodnôt pre 4 prípady v nehomogénnom poistnom kmeni na druhom liste. Pre nami vybrané sledované veličiny - konečný počet uzavretých zmlúv a dosiahnuté očakávané zhodnotenie vlastného kapitálu, sme vypočítali priemer a smerodajnú odchýlku. Výsledky sú uložené v treťom liste súboru a uvádzame ich aj v nasledujúcich dvoch tabuľkách.

Tabulka 3: Výsledné hodnoty homogénneho poistného kmeňa

Homogénny poistný kmeň		priemer	sm.odch.
10 zmlúv, 10 000 scenárov	počet zmlúv	95	11
	očakávané ROE z VK	4,91%	0,005961
10 zmlúv, 20 000 scenárov	počet zmlúv	87	6
	očakávané ROE z VK	4,93%	0,005832
30 zmlúv, 10 000 scenárov	počet zmlúv	79	9
	očakávané ROE z VK	3,96%	0,004653
30 zmlúv, 10 000 scenárov	počet zmlúv	76	5
	očakávané ROE z VK	3,89%	0,00264

Tabulka 4: Výsledné hodnoty nehomogénneho poistného kmeňa

Nehomogénny poistný kmeň		priemer	sm.odch.
10 zmlúv, 10 000 scenárov	počet zmlúv	45	6
	očakávané ROE z VK	2,29%	0,003496
10 zmlúv, 20 000 scenárov	počet zmlúv	44	4
	očakávané ROE z VK	2,22%	0,002686
30 zmlúv, 10 000 scenárov	počet zmlúv	46	7
	očakávané ROE z VK	2,50%	0,004941
30 zmlúv, 20 000 scenárov	počet zmlúv	50	4
	očakávané ROE z VK	2,42%	0,002024

Zo získaných výsledkov môžeme vidieť, že so zvýšením počtu scenárov z 10 000 na 20 000 smerodajná odchýlka takmer vo všetkých prípadoch výrazne klesla, z čoho plynie zníženie variability sledovaných veličín. Ukazuje sa teda nutnosť väčšieho počtu scenárov ako 10 000 a ustálenie vývoja pri väčšom počte uzavretých poistných zmlúv v poistnom kmeni. V prípade, že poistný kmeň obsahuje väčšie množstvo uzavretých zmlúv sa smerodajná odchýlka zníži dokonca viac ako o polovicu. S rastúcim počtom uzavretých zmlúv tak bude rásť dôveryhodnosť výsledkov.

Avšak možno si všimnúť určitú zaujímavosť pri porovnávaní výsledkov homogénneho a nehomogénneho poistného kmeňa. V homogénnom kmeni by sme predpokladali menšiu náhodnosť, a teda väčšiu presnosť výsledkov. Tomu však nezodpovedajú zistené zmeny výsledných hodnôt pri zvýšení počtu scenárov alebo zvýšení počtu už upísaných poistných zmlúv. V homogénnom kmeni sú zmeny oveľa výraznejšie ako zmeny v nehomogénnom poistnom kmeni.

Záver

V prvej časti diplomovej práci sme si vysvetlili vybrané pojmy z teórie pravdepodobnosti a poisťovníctva. Venovali sme sa hlavne priemyselným rizikám, ktoré skúma vytvorený model, problematike solventnosti poisťovní, riešenej v aktuálne platnej smernici EÚ Solvency I a jej úprave v podobe plánovanej smernici Solvency II, ktorá bola podnetom pre vytvorenie modelu analýzy pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík.

V druhej časti sme predstavili vytvorený matematický model a keďže cieľom mojej diplomovej práce bolo nájsť cestu ako vytvorený model ďalej rozvinúť, navrhli sme cestu riešenia jedného z čiastočných problémov vytvoreného modelu. Zamerali sme sa na hľadanie spôsobu, ako testovať správnosť zvolenej cenovej politiky upisovateľov.

Nové pokračovanie vytvoreného modelu, model pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia, užívateľovi umožňuje sledovať vývoj hodnôt všetkých ukazovateľov, ktoré ho zaujímajú. Vie koľko má práve uzavretých poistných zmlúv v poistnom kmeni, koľko kapitálu má ešte k dispozícii na krytie rizík nových upisovaných poistných zmlúv a aké zhodnotenie aktuálne dosahuje. Model pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia užívateľovi ukáže vývoj jeho zvolenej cenovej politiky. Určí odhad počtu poistných zmlúv, ktoré je nutné ešte upísať, aby dosiahol požadovanú mieru zhodnotenia, a či vôbec toto zhodnotenie môže dosiahnuť, ak bude postupovať v uzatváraní poistných zmlúv v rovnakom duchu. Ak pri dodržaní hranice regulátorne požadovaného kapitálu požadovanú mieru zhodnotenia dosiahne, jeho zvolená taktika upisovania zmlúv je správna. Z dôvodu zvýšenia rýchlosti sme sa rozhodli nesimulovať nové poistné zmluvy samostatne, ale využili sme už nasimulované scenáre z vytvoreného matematického modelu pre oceňovanie rizika pri upisovaní poistných zmlúv v oblasti veľkých rizík a použili sme metódu bootstrap.

Nakoniec sme model pre overenie dosiahnuteľnosti požadovaného zhodnotenia analyzovali. Zistili sme, že so zvyšujúcim počtom scenárov rastie presnosť výsledkov a ukázalo sa možné ustálenie vývoja pri väčšom počte uzavretých poistných zmlúv v poistnom kmeni.

Vzhľadom k aktuálnemu vývoju uzákonenia koncepcie Solvency II (momentálnne má Solvency II začať platiť od 1. 1. 2016), ktoré sa neustále odkladá, nie je dôvod model začať využívať v súčasnej dobe.

Pri tvorení mojej diplomovej práce som si zdokonalila vedomosti z teórie pravdepodobnosti a z oblasti poisťovníctva a veľmi cenným prínosom bolo pre mňa naučenie sa práce s aplikáciou MS Excelu Visual Basic for application.

Literatúra

[1] Ducháčková, E.: *Principy pojištění a pojišťovnictví,* 2. vydanie, Ekopress, Praha, 2009.

[2] Ducháčková, E., Daňhel, J.: *Teorie pojistných trhů*, 1. vydanie, Professional Publishing, Praha, 2010.

[3] Fecenko J., Strešňáková A.: *Solventnosť poisťovní,* In: Zborník z Medzinárodnej vedeckej konferencie Národná a regionálna ekonomika VI., Herľany, 2006, 85-92.

[4] Hnilica J., Fotr J.: *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování,* GRADA Publishing, Praha, 2009.

[5] Klvaňa J.: *Principy a aplikace metody Monte Carlo,* České vysoké učení technické v Praze, 2006.

[6] Kunderová, P.: *Základy pravděpodobnosti a matematické statistiky,* 1.vydanie, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2004.

[7] Schmid, F., Trede, M.: *Finanzmarkt-statistik,* Berlin Helidelberg, Springer 2006.

[8] Vose D.: *Risk Analysis: a quantitative guide,* (3rd edition), John Wiley and Sons, West Sussex 2008.

[9] Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik [online], dostupné z: http://www.nfvp.cz/aplikace-teoretickych-postupu.html, [1.10.2012].

[10] Riadenie rizika v priemysle [online], dostupné z: http://www.atpjournal.sk/rubriky/prehladove-clanky/riadenie-rizika-v-priemysle.html?page_id=13335, [1.10.2012].

[11] Metoda bootstrap [online], dostupné z: http://statspol.cz/robust/robust2004/praskova.pdf, [20.3.2013].

[12] Pojistný sektor čekají změny [online], dostupné z: http://www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media/clanky_rozhovory/media_2010/cl_10_100628.html, [7.4.2013].

[13] Projekt Solvency II bude zrejme spuštěn až v roce 2015 [online], dostupné z: http://www.opojisteni.cz/pojistovny/projekt-solvency-2-bude-zrejme-spusten-az-v-roce-2015/, [24.4.2013].

[14] Popisná statistika [online], dostupné z: http://nb.vse.cz/~kladivk/popis.pdf, [25.4.2013].

[15] Povolanie, ktoré si poisťovne cenia [online], dostupné z: http://profit.etrend.sk/archiv-profitu/rok-/cislo-September/povolanie-ktore-si-poistovne-cenia.html, [25.4.2013].

[16] Metoda inverzní transformace [online], dostupné z: http://blade1.ft.tul.cz/~tyr/cgi-bin/elearning/elearning.fcgi?page=publ&action=showThemeContentText&item=273&theme_id=27, [25.4.2013].